

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Escuela Politécnica Superior



Ingeniería de Telecomunicación

PROYECTO FIN DE CARRERA

**Estudio de la problemática asociada al
seguimiento de trayectoria mediante una
unidad de medida inercial**

Autor: Juan José García Castela

Tutor: Pedro Martín Mateos

Departamento de Tecnología Electrónica

Julio de 2015

Resumen

El presente proyecto fin de carrera tiene como objetivo el estudio de la problemática asociada a la utilización de una unidad de medida inercial (IMU por sus siglas en inglés, inertial measurement unit) para obtener la orientación, velocidad y posición de un objeto.

Un sistema de medida inercial es un dispositivo electrónico que consta de unos sensores inerciales, típicamente acelerómetros y giróscopos, aunque también pueden estar provistos de magnetómetros. Estos tres sensores se utilizan para el cálculo de la orientación del dispositivo.

Por una parte se obtiene la orientación a partir del acelerómetro y del magnetómetro gracias a las medidas de la gravedad y el campo magnético terrestre que nos proporcionan cada uno de ellos respectivamente. A su vez, también se puede utilizar el giróscopo para obtener la orientación del dispositivo a partir de una orientación inicial. Por último se utilizan distintos algoritmos, como un filtro complementario o un filtro extendido de Kalman, para combinar de distintas maneras las orientaciones obtenidas y así tener mayor precisión en la orientación resultante.

La segunda parte consiste en hallar la velocidad y posición del dispositivo, utilizando para ello la orientación calculada en el paso anterior y las medidas de la aceleración proporcionadas por el acelerómetro.

Todo este proceso está influido por problemas típicos de los sensores, como pueden ser mala calibración, ruido excesivo, etc., y por errores inherentes al sistema, como la no linealidad de las orientaciones, la deriva en el tiempo debido a medidas incrementales, etc.

Para la realización de este proyecto se montará un circuito a partir de un Arduino y de una placa que contiene los sensores necesarios: acelerómetro, giróscopo y magnetómetro. El Arduino se utilizará para leer las medidas de cada uno de los sensores. El sistema montado será capaz de presentar los datos por el puerto serie del Arduino y escribirlos en una tarjeta de memoria, utilizando en cada caso el que mejor nos convenga. A partir de aquí se tratarán estos datos para obtener la orientación, velocidad y posición del dispositivo con la mayor precisión posible.

ÍNDICE GENERAL

Índice de figuras	iii
1. Introducción y objetivos	1
1.1. Unidades de medida inercial	1
1.2. Presentación del sistema	3
1.3. Objetivos del proyecto.....	7
1.4. Desarrollo del proyecto	8
2. Desarrollo teórico.....	9
2.1. Obtención de la orientación	9
2.1.1. Qué es la orientación y cómo se representa	10
2.1.2. Obtención de la orientación a partir del acelerómetro y del magnetómetro.....	14
2.1.3. Obtención de la orientación a partir del giróscopo	18
2.1.4. Obtención de la orientación resultante	18
2.1.4.1. Combinación de orientaciones a partir de los ángulos de Euler.....	19
2.1.4.2. Introducción a los cuaterniones.....	24
2.1.4.3. Combinación de las orientaciones como el valor medio	28
2.1.4.4. Filtro complementario	30
2.1.4.5. Filtro de Kalman	34
2.1.4.5.1. Introducción al filtro de Kalman	34
2.1.4.5.2. Caracterización de los errores de los sensores	39
2.1.4.5.3. Aplicación del filtro de Kalman.....	39
2.2. Obtención de la velocidad y la posición	43
3. Descripción y calibración del sistema	49
3.1. Descripción del hardware y el software utilizado	49
3.2. Calibración de los sensores.....	54
3.2.1. Calibración del acelerómetro	55
3.2.2. Calibración del giróscopo.....	56
3.2.3. Calibración del magnetómetro.....	56

4. Pruebas experimentales	57
4.1. Orientación del dispositivo en tiempo real	57
4.2. Posición y velocidad de un vehículo	59
4.3. Posición y velocidad de un objeto en reposo	68
5. Conclusiones y líneas futuras	75
5.1. Conclusiones	75
5.2. Líneas futuras.....	78
6. Presupuesto	81
Bibliografía.....	83
Anexo I: Programa de control del Arduino	85
Anexo II: Programa para hallar la orientación en tiempo real	91
Anexo III: Programa para hallar la velocidad y la posición	97

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1: Unidad de medida inercial	1
Fig. 2: Maqueta de misil V-2, el cual incluía un sistema de navegación inercial.....	2
Fig. 3: Unidad de medida inercial sobre plataforma libre	3
Fig. 4: Disposición de los sensores en una IMU.....	4
Fig. 5: Esquema del proceso para el cálculo de la posición del objeto	6
Fig. 6: Cálculo de la orientación dentro del esquema general.....	10
Fig. 7: Sistema de coordenadas del dispositivo.....	11
Fig. 8: Sistema de coordenadas de referencia	11
Fig. 9: Ángulos de Euler	12
Fig. 10: Ángulos de Euler en aeronavegación.....	12
Fig. 11: Inclinación y declinación del campo magnético terrestre.....	16
Fig. 12: Orientación inicial	20
Fig. 13: Orientación $\gamma = 180^\circ$	21
Fig. 14: Orientación $\gamma = 180^\circ$ y $\beta = -90^\circ$	21
Fig. 15: Orientación $\gamma = 180^\circ$, $\beta = -90^\circ$ y $\alpha = 180^\circ$	22
Fig. 16: Orientación $\beta = -90^\circ$	22
Fig. 17: Orientación $\gamma = 90^\circ$	23
Fig. 18: Orientación $\gamma = 90^\circ$ y $\beta = -90^\circ$	24
Fig. 19: Orientación $\gamma = 90^\circ$, $\beta = -90^\circ$ y $\alpha = 90^\circ$	24
Fig. 20: Representación gráfica de un cuaternión.....	25
Fig. 21: Ángulo hallado como valor medio del acelerómetro y el giróscopo.....	29
Fig. 22: Filtro complementario	31
Fig. 23: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,6	32
Fig. 24: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,7	32
Fig. 25: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,8	33
Fig. 26: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,9	33
Fig. 27: Algoritmo del filtro de Kalman.....	37
Fig. 28: Ángulo hallado con filtro de Kalman.....	41
Fig. 29: Ángulo hallado con filtro de Kalman y error variante en el tiempo	42
Fig. 30: Cálculo de la velocidad y la posición dentro del esquema general	44
Fig. 31: Placa GY-80	49
Fig. 32: Acelerómetro ADXL345.....	50
Fig. 33: Giróscopo L3G4200D	51
Fig. 34: Magnetómetro MC5883L.....	51
Fig. 35: Esquema circuito: Arduino y GY-80	52
Fig. 36: Adaptador microSD.....	52
Fig. 37: Conexiones adaptador microSD.....	53

Fig. 38: Disposición final del dispositivo IMU	53
Fig. 39: Orientación del dispositivo en tiempo real	58
Fig. 40: Trayectoria real	59
Fig. 41: Trayectoria del dispositivo en el plano X-Y	60
Fig. 42: Dirección de desplazamiento de un coche	60
Fig. 43: Trayectoria del dispositivo suponiendo velocidad constante	61
Fig. 44: Trayectoria del dispositivo suponiendo velocidad constante y orientación a partir del giróscopo	62
Fig. 45: Trayectoria del dispositivo suponiendo velocidad constante y orientación a partir del acelerómetro y el magnetómetro	63
Fig. 46: Aceleración medida por el acelerómetro	64
Fig. 47: Aceleración lineal	65
Fig. 48: Módulo de la aceleración lineal	65
Fig. 49: Velocidad	66
Fig. 50: Módulo de la velocidad	67
Fig. 51: Trayectoria del dispositivo en reposo	68
Fig. 52: Aceleración medida por el acelerómetro en reposo	69
Fig. 53: Aceleración lineal con el dispositivo en reposo	70
Fig. 54: Módulo de la aceleración lineal con el dispositivo en reposo	71
Fig. 55: Velocidad con el dispositivo en reposo	71
Fig. 56: Módulo de la velocidad con el dispositivo en reposo	72
Fig. 57: Aceleración lineal con el dispositivo en reposo y sin tener en cuenta la aceleración angular	73
Fig. 58: Módulo de la aceleración lineal con el dispositivo en reposo y sin tener en cuenta la aceleración angular	74

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1. Unidades de medida inercial

Este proyecto consiste en estudiar los problemas que surgen al utilizar una unidad de medida inercial (IMU por sus siglas en inglés, inertial measurement unit) para obtener la orientación, la velocidad y la posición de un objeto. Una IMU es un dispositivo electrónico que cuenta al menos con dos sensores, un acelerómetro y un giróscopo, aunque algunos también pueden estar provistos de magnetómetros.



Fig. 1: Unidad de medida inercial

Capítulo 1: Introducción y objetivos

Estos dispositivos fueron inicialmente desarrollados para su uso en aeronavegación, y más concretamente en dispositivos de aeronavegación no tripulados, en los que es necesario controlar de forma autónoma la trayectoria que sigue el dispositivo.

El primer uso de una unidad de medida inercial se hizo como parte de un sistema de navegación, en el cual se utilizan las mediciones aportadas por ésta para modificar la trayectoria a través de motores o rotores. Esta primera aplicación de las IMU fue desarrollada por los científicos alemanes durante la segunda guerra mundial para incorporarlos en sus misiles V-2. Estos misiles fueron los primeros misiles de largo alcance que lograron una gran precisión, lo cual fue gracias al sistema de navegación inercial incluido.

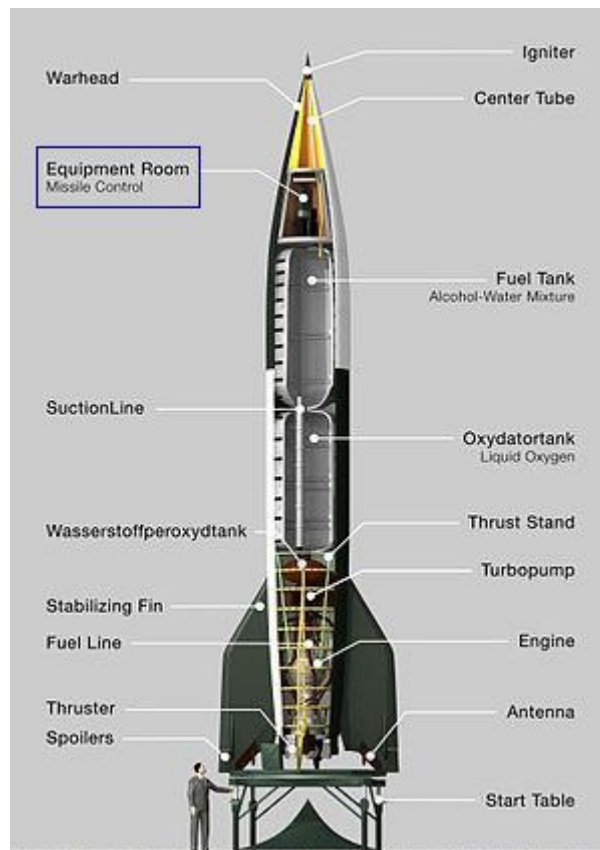


Fig. 2: Maqueta de misil V-2, el cual incluía un sistema de navegación inercial

Las primeras IMU constaban de una triada de acelerómetros y giróscopos montados sobre una plataforma, capaz de rotar y orientarse con libertad. Esta plataforma se diseñaba de tal manera que el dispositivo mantuviera siempre la misma orientación respecto a un sistema de coordenadas de referencia.

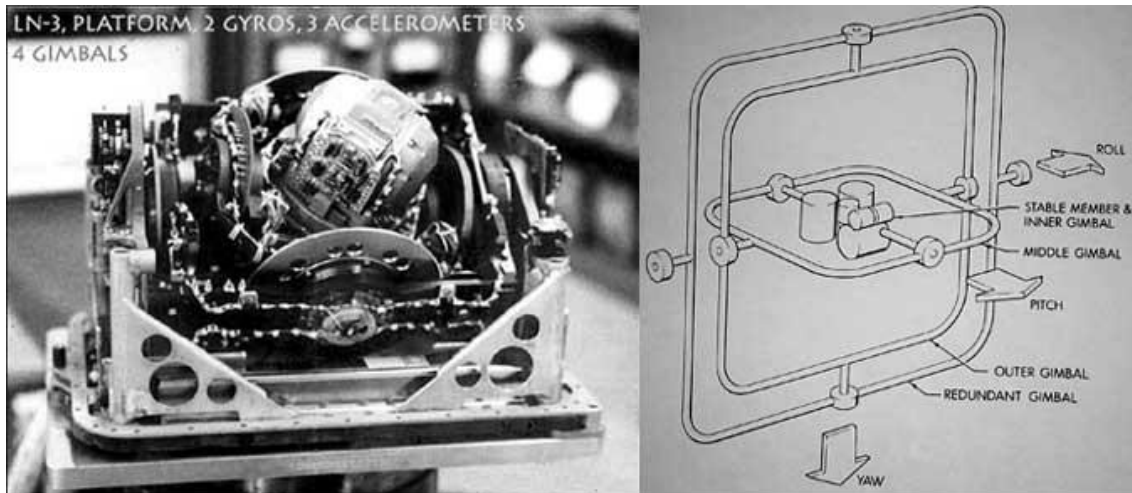


Fig. 3: Unidad de medida inercial sobre plataforma libre

De esta manera la aceleración se obtenía siempre en el mismo sistema de coordenadas. Los problemas de estos tipos de IMU es que tenían muchos elementos mecánicos, eran muy grandes y además necesitaban de una alineación perfecta.

Después de la segunda guerra mundial el ritmo de desarrollo e innovación creció muchísimo para su aplicación en la aeronáutica. En esta época se desarrollaron nuevos tipos de giróscopos que tenían una mayor precisión. Además de esto se cambió la filosofía de montaje y las IMU empezaron a estar acoplados al dispositivo directamente, no a través de una plataforma. A esta nueva configuración se le llamó “strapdown”, es decir, fijado al cuerpo. De esta manera se eliminaron las partes mecánicas, lo cual hizo que el precio de estos dispositivos disminuyera mucho.

En la actualidad las IMU están integradas en placas con tamaños y pesos reducidos (40x30 mm y 6 gr) y se ayudan de sistemas de navegación externos, como GPS, para obtener una posición más precisa.

1.2. Presentación del sistema

En este apartado explicaremos los distintos pasos para poder hallar la posición del objeto a partir de una unidad de medida inercial.

Lo primero que debemos estudiar para poder hallar la orientación, velocidad y posición de un objeto a partir de una unidad de medida inercial es qué medidas nos proporcionan cada uno de los sensores que contiene.

Puesto que el propósito de una IMU es obtener la posición de un objeto en las tres dimensiones, necesitamos sensores de tres ejes. Además es muy importante que

estos ejes sean totalmente ortogonales y que los ejes de los tres sensores estén perfectamente alineados.

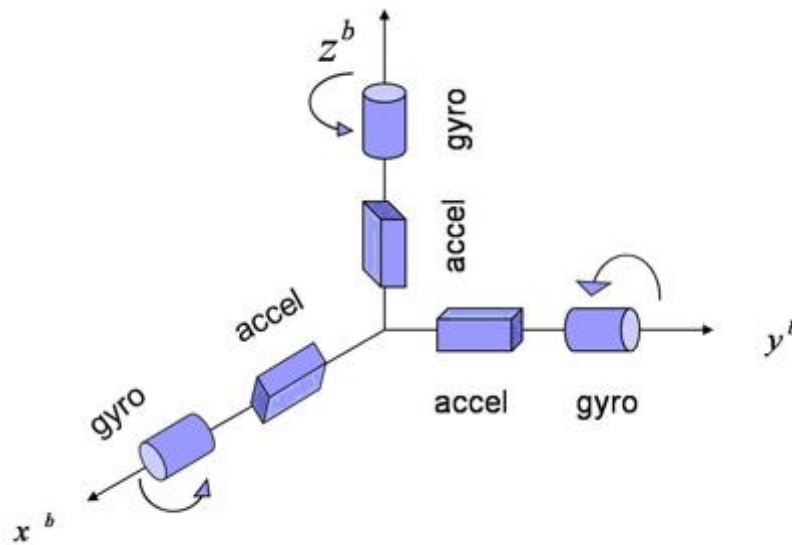


Fig. 4: Disposición de los sensores en una IMU

Todos estos sensores se utilizan para calcular la orientación del dispositivo respecto a la Tierra, ya que con el acelerómetro obtenemos la dirección de la gravedad y con el magnetómetro obtenemos la dirección del campo magnético terrestre. De esta manera ya conocemos la orientación exacta del dispositivo respecto a la Tierra, aunque no su posición sobre ella. Con el giróscopo obtenemos la velocidad de giro del dispositivo cuando está en movimiento. Para calcular la orientación de manera exacta necesitamos combinar los datos de todos los sensores, ya que la utilización de un solo tipo de sensor presenta los problemas que se exponen a continuación.

Un acelerómetro es un dispositivo que mide la aceleración a la que está sometido. Esta aceleración es la suma de muchos componentes: la aceleración lineal que hace que el dispositivo se desplace, la gravedad, la aceleración angular cuando el dispositivo se desplaza en una trayectoria curva, el efecto Coriolis y la aceleración centrífuga causada por el movimiento de rotación de la Tierra sobre sí misma. Los dos últimos componentes de la aceleración los vamos a descartar, ya que su contribución en la aceleración medida es despreciable. Para el cálculo de la orientación sólo necesitamos la medida de la gravedad, y para que los demás componentes medidos con el acelerómetro sean nulos el dispositivo ha de estar en reposo. Como el propósito de este proyecto es hacer un seguimiento de la posición del dispositivo, éste no estará siempre en reposo y por lo tanto la aceleración que obtenemos no será solamente la de la gravedad, lo que hace que la orientación que hallamos a partir de este sensor no sea del todo correcta. Esto es así porque a medida que el movimiento del acelerómetro aumenta, la aceleración lineal y, posiblemente, la aceleración angular

(dependiendo del tipo de trayectoria) aumentan, y por lo tanto la dirección de la lectura del acelerómetro no coincidirá con la dirección de la gravedad, haciendo que la orientación obtenida a través de esta medida no sea la real. Esta orientación será tanto más incorrecta cuanto mayor sea el movimiento al que está sometido el dispositivo. Además estos sensores suelen tener un elevado componente de ruido.

Un giróscopo es un dispositivo que mide la velocidad de giro del eje en el que se encuentra (cuyas unidades son $^{\circ}/s$ o rad/s). Eso quiere decir que para saber el ángulo de giro total hay que hacer una integración en el tiempo de medida. Por lo tanto, cualquier error cometido se propaga con el tiempo y hace que se vaya acumulando con otros errores. Esto hace que la orientación obtenida a partir de un giróscopo presente una deriva con el tiempo.

Un magnetómetro es un dispositivo que mide el campo magnético. Este sensor es el menos problemático cuando está en el entorno adecuado, ya que mide valores absolutos en cada instante como el acelerómetro, por lo tanto no tiene deriva con el tiempo, y su medida no varía con el movimiento. Decíamos que el magnetómetro es el sensor menos problemático pero solamente cuando está en el entorno adecuado, y esto es porque existen muchas fuentes de campo magnético diferentes del campo magnético terrestre, lo que hará que cuando estemos cerca de una de estas fuentes la medida se vea perturbada. Además, no sólo las fuentes externas de campo magnético influyen en nuestras medidas, ya que hay materiales, por ejemplo los metales, que no dejan pasar el campo magnético, lo que hace que el magnetómetro no pueda medir el campo magnético terrestre y por lo tanto no cumpla su función.

La combinación de estos sensores para obtener una única medida de la orientación del dispositivo mejora las prestaciones de cada uno de ellos por separado. Esto es así porque estamos combinando dos sensores que nos dan medidas que pueden tener mucho ruido pero sin deriva con el tiempo, el acelerómetro y el magnetómetro, y un sensor que tiene poco ruido pero que tiene deriva con el tiempo, el giróscopo. En el Capítulo 2 veremos cómo se hace la combinación de las distintas medidas.

Una vez obtenida la orientación podemos aislar la aceleración real del dispositivo. A partir de esta aceleración la podemos integrar para obtener la velocidad, e integrando la velocidad obtenemos la posición. El problema que esto presenta es que la posición es una función que es proporcional al cuadrado del tiempo ($e = a \cdot t^2$), por lo tanto cualquier error en la medida de la aceleración (y ya dijimos anteriormente que el acelerómetro, por norma general, es un sensor bastante ruidoso) se acumula con el cuadrado del tiempo. Por eso normalmente estos sensores se utilizan en combinación con otro dispositivo capaz de medir la posición, como sistemas de

Capítulo 1: Introducción y objetivos

navegación por satélite (por ejemplo GPS, global positioning system). Al igual que hemos explicado antes se utiliza la técnica de combinar una medida precisa pero con deriva con el tiempo, como es la IMU, con una medida que es más ruidosa pero sin deriva, como el GPS.

La siguiente figura representa esquemáticamente el proceso descrito en el párrafo anterior para obtener la posición del objeto:

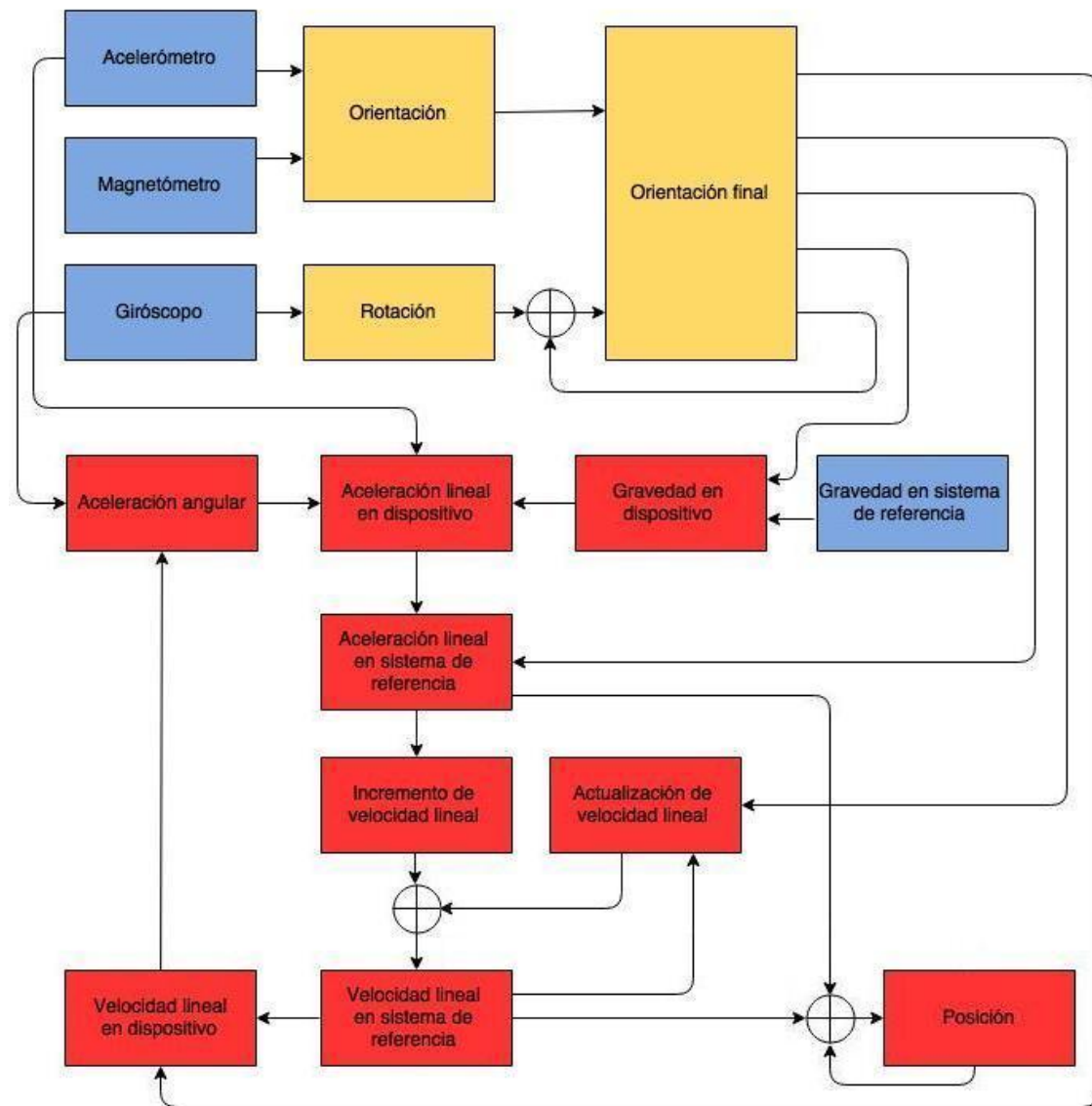


Fig. 5: Esquema del proceso para el cálculo de la posición del objeto

En este esquema se pueden ver tres partes diferenciadas. La primera de ellas son las cajas azules que representan los datos de entrada, que son los obtenidos de los sensores y el valor de la gravedad.

Las otras dos partes las separamos porque cada uno de ellas tiene la complejidad suficiente para ser tratadas por separado y además ambas tienen utilidades por su cuenta.

Las cajas amarillas representan la parte que trata de obtener la orientación del dispositivo a partir de las medidas de los sensores. Para ello se obtendrá la orientación de dos maneras distintas, una a partir del acelerómetro y del magnetómetro y otra a partir del giróscopo.

La orientación a partir del acelerómetro y del magnetómetro se hará en base a las direcciones de la gravedad y del campo magnético terrestre, ya que con estas dos direcciones en el dispositivo podemos conocer su orientación en el espacio respecto a la Tierra.

Con el giróscopo calculamos el ángulo de giro total en cada uno de sus ejes en el intervalo de tiempo de la medida, con lo que obtenemos la rotación en ese tiempo, que al aplicársela a la orientación en el instante anterior ya tenemos la orientación final.

Estas dos orientaciones se combinarán de tal manera que la orientación resultante sea más precisa. Esta combinación tiene como objetivo eliminar la componente ruidosa que incorpora el acelerómetro y la deriva en el tiempo que introduce el giróscopo. Por lo tanto probaremos distintas formas de realizar esta combinación para poder quedarnos con la que mejores prestaciones nos de.

La parte final es la correspondiente a las cajas rojas y éstas utilizan la orientación calculada anteriormente, junto al acelerómetro y el giróscopo para poder hacer el seguimiento de la velocidad y la posición del dispositivo. La trayectoria de un objeto viene dada por dos parámetros: la orientación y la aceleración lineal. La orientación será la responsable del cambio en la dirección de la trayectoria y la aceleración lineal será la responsable del cambio de velocidad y también del cambio de dirección. La lectura del acelerómetro no nos da directamente el valor de la aceleración lineal, sino que habrá que hacer una serie de operaciones para distinguir este valor dentro de todas las componentes presentes en la lectura.

1.3. Objetivos del proyecto

Los objetivos del presente proyecto fin de carrera son hacer un estudio de la problemática presentada por las unidades de medida inercial a la hora de utilizarlas para obtener la orientación, velocidad y posición de un objeto. Explicaremos paso por

paso las operaciones necesarias para obtener esos tres parámetros, además de los problemas que nos encontramos y la manera de solucionarlos.

1.4. Desarrollo del proyecto

En este proyecto se hará el montaje de una IMU y se desarrollará el software necesario para obtener la orientación, la velocidad y la posición de un objeto a partir de la misma.

En el Capítulo 2 se hará todo el desarrollo teórico del proyecto, en el que se explicarán los pasos necesarios para la obtención de la orientación, así como un estudio de las distintas metodologías y sus prestaciones. En este capítulo también se explicará el proceso llevado a cabo para hacer el seguimiento de la trayectoria de un objeto a partir de las lecturas de la IMU.

En el Capítulo 3 se incluye la descripción del sistema, explicando todo el desarrollo llevado a cabo en el proceso, desde el montaje físico de la IMU hasta el software que hará los cálculos para obtener la orientación, la velocidad y la posición. También se incluirá en este capítulo cómo se hace la calibración de los sensores.

Las pruebas experimentales realizadas para evaluar el desempeño de esta IMU y explicar los problemas encontrados se detallarán en el Capítulo 4.

En el Capítulo 5 se expondrán las conclusiones y las líneas futuras y, por último, en el Capítulo 6 el presupuesto.

Capítulo 2

Desarrollo teórico

En este capítulo haremos una explicación teórica de cómo obtener la orientación, la velocidad y la posición de un objeto a partir de las medidas proporcionadas por una IMU.

2.1. Obtención de la orientación

En la siguiente figura se destaca la parte que se explica en esta sección, es decir, la obtención de la orientación del dispositivo. El cálculo de esta orientación tiene 3 pasos. El paso 1 consiste en la obtención de la orientación a partir del acelerómetro y del magnetómetro, el paso 2 la obtención de la orientación a partir del giróscopo y por último el paso 3, que es la combinación de los dos pasos anteriores para obtener una orientación resultante de mayor precisión.

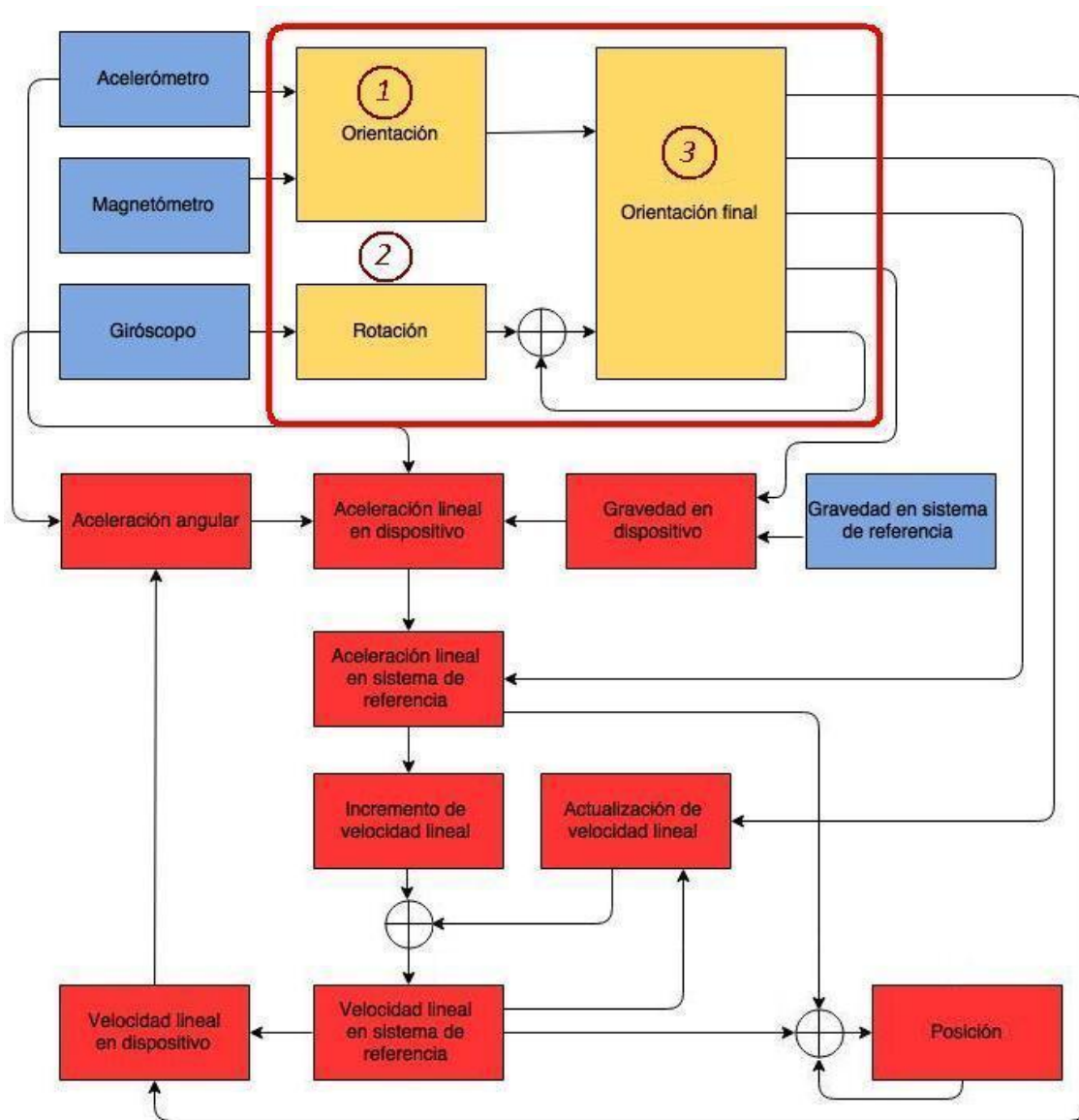


Fig. 6: Cálculo de la orientación dentro del esquema general

2.1.1. Qué es la orientación y cómo se representa

Como se dijo anteriormente, en el desarrollo del proyecto distinguimos dos partes bien diferenciadas. La primera de ellas es el cálculo de la orientación del dispositivo, y el segundo es la obtención de su velocidad y posición. Por lo tanto en este apartado empezaremos explicando qué es la orientación, cómo se representa, y cuales son los problemas que conlleva.

La orientación de un objeto nos indica su posición en un espacio 3D. La manera de representar esta orientación es mediante los cálculos matemáticos que nos permitan pasar del sistema de coordenadas del objeto respecto al sistema de

coordenadas de referencia. Para nosotros el sistema de coordenadas $X'Y'Z'$ del dispositivo es el siguiente:

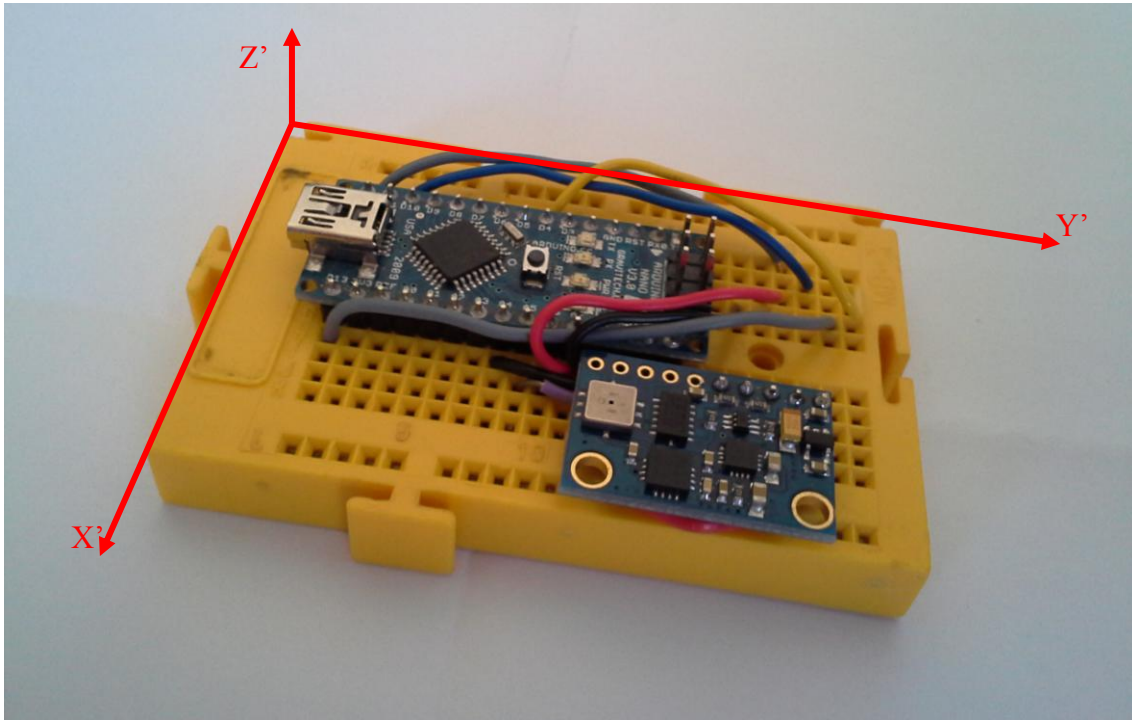


Fig. 7: Sistema de coordenadas del dispositivo

Este sistema de coordenadas viene fijado por los ejes de los sensores, los cuales están alineados entre sí.

Y el sistema de coordenadas de referencia XYZ lo situamos sobre la Tierra, donde el eje X es hacia el norte, el eje Y hacia el oeste y el eje Z es perpendicular a la superficie de la Tierra hacia arriba.

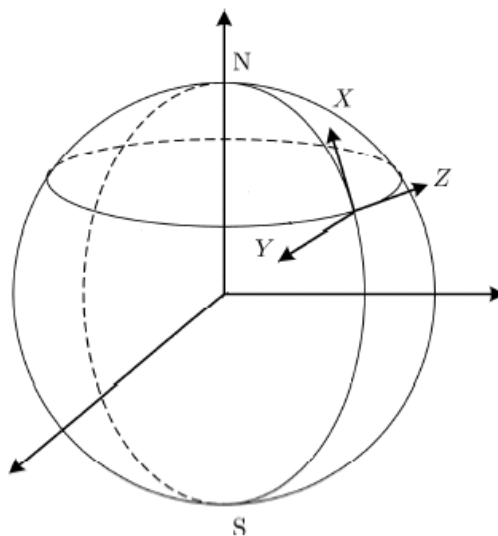


Fig. 8: Sistema de coordenadas de referencia

En este proyecto distinguiremos los términos de orientación y de rotación, aunque matemáticamente se representan de la misma manera. Llamaremos orientación a la posición relativa del sistema de coordenadas del dispositivo respecto al sistema de coordenadas de referencia, y rotación al cambio de orientación de un instante a otro. Es decir, un objeto tiene cierta orientación en un instante determinado, y al aplicarle una rotación adquiere una orientación distinta.

Hay varias maneras de representar esta orientación. La primera de ellas es mediante los ángulos de Euler, que son los ángulos que gira el objeto en cada uno de los ejes del sistema de coordenadas. En la siguiente figura tendríamos que los ángulos de Euler para pasar del sistema de coordenadas $X'Y'Z'$ al XYZ serían:

γ : ángulo de giro del eje Z' , yaw o viraje
 β : ángulo de giro del eje Y' , pitch o cabeceo
 α : ángulo de giro del eje X' , roll o balanceo

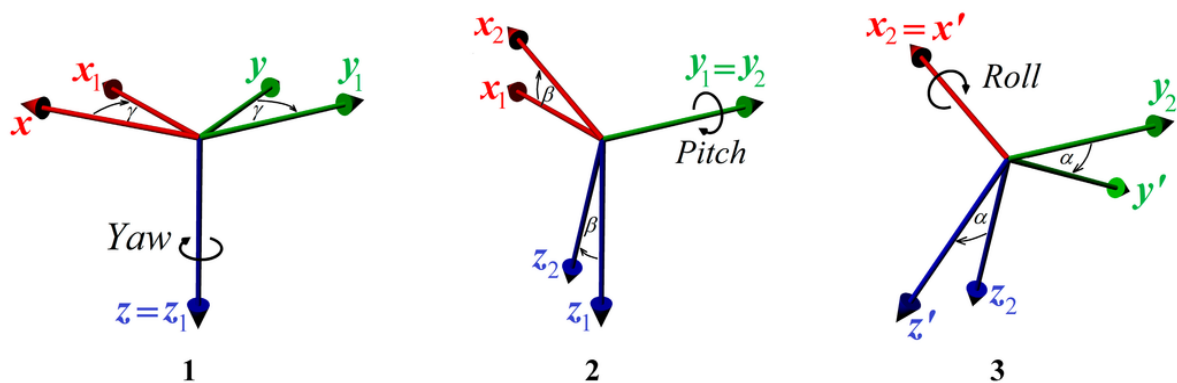


Fig. 9: Ángulos de Euler

La terminología de yaw, pitch y roll proviene de la aeronavegación:

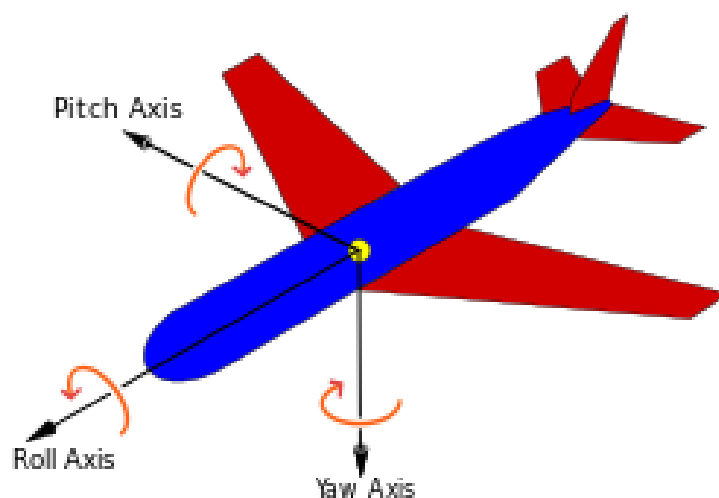


Fig. 10: Ángulos de Euler en aeronavegación

Estos ángulos tienen los siguientes rangos:

$$\gamma \in (-\pi, \pi]$$

$$\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\alpha \in (-\pi, \pi]$$

A partir de estos tres ángulos se puede obtener una matriz de rotación para cada uno de los ejes:

$$R(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

Se puede comprobar que estas tres matrices son ortonormales, ya que el producto de cada una de ellas por su traspuesta nos da la matriz identidad, y además el módulo de cada una de sus filas y columnas es 1.

Y a partir de estas tres matrices de rotación de cada uno de los ejes se obtiene la matriz de rotación general:

$$R = R(\gamma) \cdot R(\beta) \cdot R(\alpha)$$

El orden es muy importante y tiene que ser siempre este, ya que el orden de las rotaciones afecta a la orientación final.

Esta matriz también es una matriz ortonormal, puesto que el producto de matrices ortonormales también es una matriz ortonormal. De esta forma podemos determinar que el espacio de las matrices de rotación son matrices ortonormales.

Con esta matriz de rotación podemos pasar un punto del sistema de coordenadas del dispositivo al sistema de coordenadas de referencia:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \cdot P' = R \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

Y a partir de aquí también podemos definir la matriz de rotación resultante de dos rotaciones R_1 y R_2 como:

$$R = R_1 \cdot R_2$$

Según esto, si queremos conocer las coordenadas en el sistema de referencia de un punto del dispositivo al que se le aplican varias rotaciones, no hay que aplicar estas rotaciones sucesivamente sobre las coordenadas del punto, sino hallar la matriz de rotación final a partir de la ecuación anterior, y entonces aplicar esta rotación sobre las coordenadas del punto.

2.1.2. Obtención de la orientación a partir del acelerómetro y del magnetómetro

En la figura 6 veíamos que el primer paso en nuestro proceso es obtener la orientación a partir de las medidas del acelerómetro y del magnetómetro.

La manera de obtener la matriz de rotación del dispositivo a partir del acelerómetro y del magnetómetro es utilizando dos transformaciones de vectores que conocemos y, además, una restricción propia de las matrices de rotación.

El primer vector que conocemos es la gravedad, porque ésta siempre tiene la misma dirección y sentido, y por lo tanto sabemos sus coordenadas en el sistema de referencia. Aquí tenemos que hacer la aproximación de que la aceleración medida por el acelerómetro solamente es la gravedad. Como ya dijimos con anterioridad, sabemos que esto sólo es verdad cuando el dispositivo esté en reposo, pero para ciertas aplicaciones podemos suponer que la aceleración del dispositivo será pequeña comparada con la gravedad, y por lo tanto el error introducido no será demasiado grande.

Llamemos R a la matriz de rotación, y como ya dijimos antes, el paso de las coordenadas en el sistema del dispositivo al sistema de referencia de un punto es:

$$P = R \cdot P'$$

Si quisiéramos hacer la transformación inversa tendríamos:

$$P' = R^{-1} \cdot P$$

Si decimos que la matriz de rotación R es:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

entonces la matriz inversa es:

$$R^{-1} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix}$$

ya que para las matrices de rotación, al ser matrices ortonormales, la matriz inversa es igual a la traspuesta.

Para el caso anteriormente mencionado de la gravedad tendríamos lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} a_{x'} \\ a_{y'} \\ a_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

donde $a_{x'}$, $a_{y'}$, y $a_{z'}$ son las medidas del acelerómetro en sus tres ejes. Esta aceleración en el sistema de coordenadas de referencia nos da un valor de g en el eje Z , que es el eje perpendicular a la superficie de la Tierra hacia arriba. La gravedad es una fuerza que atrae a cualquier cuerpo hacia la Tierra, por lo tanto la lógica nos dicta que el valor en el eje Z debería ser $-g$. Esto es así porque los acelerómetros se basan en la inercia sufrida por una masa en su interior, y al estar en reposo la única fuerza que sufre esta masa es el peso y por lo tanto la medida que da es que avanza en el eje Z con una aceleración de g .

A partir de aquí podemos calcular parte de la matriz de rotación:

$$\begin{bmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{g} \cdot \begin{bmatrix} a_{x'} \\ a_{y'} \\ a_{z'} \end{bmatrix}$$

La misma operación hacemos con las medidas del magnetómetro, aunque previamente necesitamos solventar dos problemas que presenta el campo magnético terrestre.

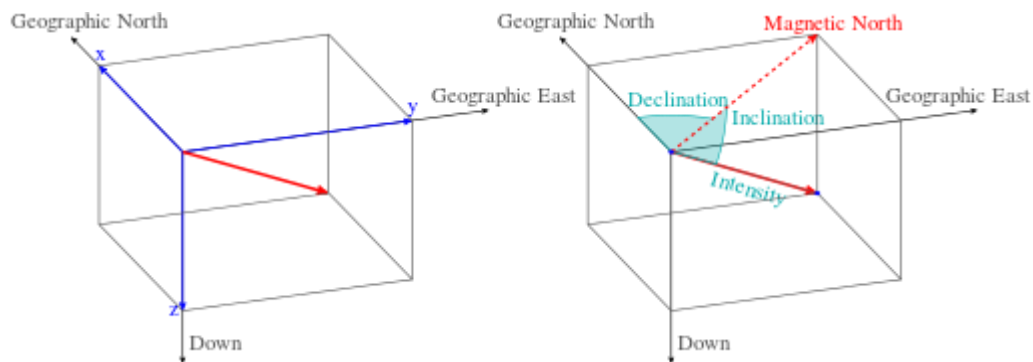


Fig. 11: Inclinación y declinación del campo magnético terrestre

El primero de estos problemas es la declinación, que no es más que la diferencia entre el norte geográfico y el norte magnético. El campo magnético terrestre apunta hacia el norte magnético, sin embargo nuestro sistema de coordenadas de referencia utiliza el norte geográfico. La declinación del campo magnético terrestre depende del punto de la superficie terrestre en el que nos encontremos. En nuestro caso este valor lo vamos a despreciar porque no tiene una solución asequible, ya que añade una variabilidad con el punto de la superficie terrestre en el que nos encontremos. Además, el error introducido por esta declinación no afecta a la calidad.

El segundo problema que presenta el campo magnético terrestre es que no es paralelo a la superficie de la Tierra, sino que tiene una inclinación hacia el centro de la Tierra que depende del punto de la superficie terrestre. La inclusión de este valor en nuestros cálculos supondría añadir una variable dependiente de la situación del dispositivo en la superficie terrestre. Este problema se puede evitar teniendo en cuenta que para saber la dirección del norte solamente necesitamos la componente del campo magnético terrestre que sea paralelo a la superficie. Si suponemos que la aceleración medida por el acelerómetro es solamente la gravedad (asunción que ya hicimos antes), se puede obtener la componente horizontal del campo magnético como la parte de éste que es perpendicular a la gravedad.

2.1. Obtención de la orientación

Para calcular la componente horizontal del campo magnético primero hallamos la proyección del campo magnético sobre la gravedad, que es la parte del campo magnético que es perpendicular a la superficie terrestre:

$$proy \vec{h}_a = \frac{\vec{h} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$

Y una vez que tenemos la parte perpendicular nos quedamos con la parte paralela a la superficie terrestre:

$$\vec{h}_y = \vec{h} - proy \vec{h}_a = \begin{bmatrix} h_{x'} \\ h_{y'} \\ h_{z'} \end{bmatrix}$$

Como sabemos que este valor es la componente horizontal del campo magnético terrestre que apunta hacia el norte, tenemos:

$$\begin{bmatrix} h_{x'} \\ h_{y'} \\ h_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Y de esta manera obtenemos otra parte de la matriz de rotación:

$$\begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{12} \\ r_{13} \end{bmatrix} = \frac{1}{H} \cdot \begin{bmatrix} h_{x'} \\ h_{y'} \\ h_{z'} \end{bmatrix}$$

Para completar la matriz de rotación utilizamos dos de sus propiedades. La primera es que es una matriz ortogonal, así que la tercera fila la calculamos como el producto vectorial de las otras dos.

La segunda es que es ortonormal, y por lo tanto todas sus filas tienen que tener módulo uno. Haciendo uso de esta propiedad dividimos todas las filas entre su módulo. De esta manera no necesitamos que el módulo del campo magnético tenga un valor correcto, ya que lo único que hemos necesitado ha sido su dirección. Lo mismo ocurre para el valor de la gravedad.

2.1.3. Obtención de la orientación a partir del giróscopo

Una vez que hemos hallado la orientación del dispositivo a partir del acelerómetro y del magnetómetro, tenemos que calcular esta misma orientación a partir del giróscopo, que sería el paso 2 de la figura 6.

En este caso a partir de las medidas del giróscopo no obtenemos la orientación final, sino la rotación efectuada durante un intervalo de tiempo. Para obtener la orientación final tenemos que aplicar esta rotación a la orientación del dispositivo hallada en el instante anterior.

Para obtener la matriz de rotación a partir de las medidas del giróscopo simplemente tenemos que integrar estas medidas en el intervalo de tiempo:

$$\gamma = \omega_z \cdot \Delta t$$

$$\beta = \omega_y \cdot \Delta t$$

$$\alpha = \omega_x \cdot \Delta t$$

Estos tres ángulos serían los ángulos de Euler, yaw, pitch y roll, para los cuales calculamos su matriz de rotación, y al multiplicarlas en el orden correcto tenemos la matriz de rotación total. Como estas medidas son incrementales, es decir, no nos dan la orientación final del dispositivo sino solamente la rotación en ese intervalo de tiempo, necesitamos conocer la matriz de orientación inicial, que solamente se puede conocer a partir del acelerómetro y el magnetómetro.

La orientación inicial será la obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro, pero una vez que ha empezado el proceso, la orientación inicial utilizada será la obtenida en el paso siguiente, es decir, la orientación resultante de los pasos 1 y 2 de la figura 6.

2.1.4. Obtención de la orientación resultante

En este apartado explicamos el paso 3 de la figura 6, y concluimos de esta manera con la primera parte del proceso, donde hallamos la orientación del dispositivo. Para ello combinamos las orientaciones calculadas previamente para obtener una sola orientación más precisa. Estas orientaciones calculadas previamente

son la orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro, y la obtenida a partir del giróscopo.

Antes de nada necesitamos estudiar la manera de combinar dos orientaciones.

2.1.4.1. Combinación de orientaciones a partir de los ángulos de Euler

En este punto tenemos dos orientaciones obtenidas a partir de distintas fuentes. Por una parte la orientación a partir del acelerómetro y el magnetómetro, y por otra parte la orientación a partir del giróscopo.

Antes de nada necesitamos estudiar cómo se combinan dos orientaciones, es decir, cómo se halla una media ponderada de dos o más orientaciones, y utilizaremos el caso más simple que es hallar el valor medio.

La orientación de un objeto se puede representar a partir de los ángulos de Euler, con los cuales se obtienen unas matrices de orientación que son muy útiles para hacer los cálculos.

Sin embargo hallar el valor medio de dos matrices no es trivial. Por lo tanto lo que hacemos es obtener los ángulos de Euler a partir de las matrices y hallar el valor medio de los ángulos. Esto presenta varios problemas. El primero de ellos es cómo calcular los ángulos de Euler a partir de la matriz de rotación. Con anterioridad explicamos el proceso inverso, es decir, cómo obtener la matriz de rotación a partir de los ángulos de Euler:

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\gamma)\cos(\beta) & \cos(\gamma)\sin(\beta)\sin(\alpha) - \sin(\gamma)\cos(\alpha) & \cos(\gamma)\sin(\beta)\cos(\alpha) + \sin(\gamma)\sin(\alpha) \\ \sin(\gamma)\cos(\beta) & \sin(\gamma)\sin(\beta)\sin(\alpha) + \cos(\gamma)\cos(\alpha) & \sin(\gamma)\sin(\beta)\cos(\alpha) - \cos(\gamma)\sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\beta)\cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

A partir de esta ecuación se puede calcular cada uno de los ángulos de la siguiente manera:

$$\beta = \arcsen(-r_{31}) \quad \gamma = \arctg\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right) \quad \alpha = \arctg\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right)$$

Pero esto no es tan sencillo, porque cuando el cabeceo o pitch (β) sea de $\pm 90^\circ$, las fórmulas para obtener los otros dos ángulos se convierten en indeterminaciones.

Esto ocurre cuando el eje Z rota y se coloca en el plano horizontal. Este es un fenómeno conocido como “Gimbal lock”.

En nuestro caso este fenómeno se puede solucionar tanto con la rotación del acelerómetro y magnetómetro como con la matriz del giróscopo. En la matriz de rotación del acelerómetro y magnetómetro se puede solucionar porque este problema surge cuando la gravedad está en el plano $X'Y'$, pero como contamos además con la información del magnetómetro podemos solucionar la indeterminación anterior puesto que estos dos vectores determinan una orientación de manera unívoca.

Para la matriz de rotación del giróscopo también se puede solucionar, ya que al fin y al cabo la matriz se obtiene a partir de los ángulos, así que basta con sumar los ángulos y ya está.

Ya hemos solucionado el problema del “Gimbal lock”, pero ya hemos dicho que hallar el valor medio de los ángulos de Euler presenta más problemas. El siguiente de ellos es que una rotación no está determinada unívocamente por un conjunto de ángulos. Es decir, para una rotación final dada podemos encontrar al menos dos conjuntos de ángulos distintos que dan lugar a ella. Por ejemplo, supongamos que esta es la posición inicial de nuestro dispositivo:

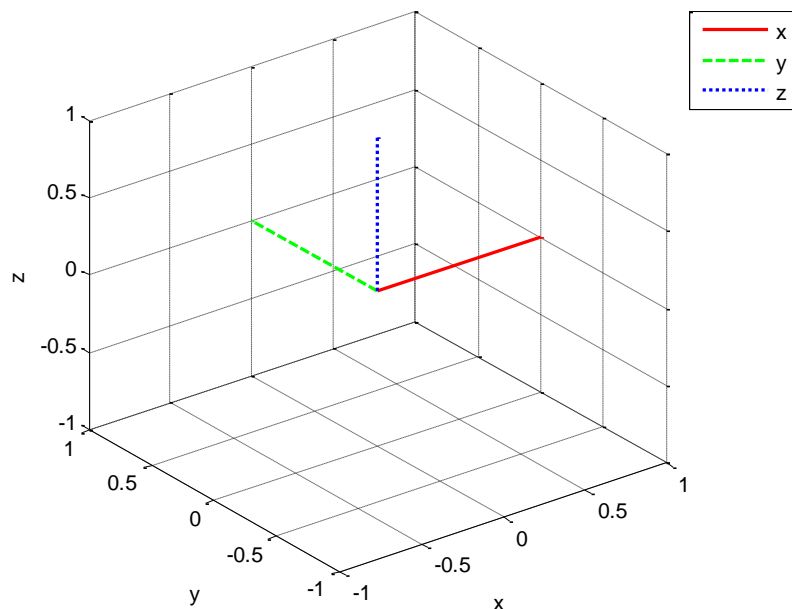


Fig. 12: Orientación inicial

2.1. Obtención de la orientación

Primero le aplicamos una rotación de $\gamma = 180^\circ$, teniendo:

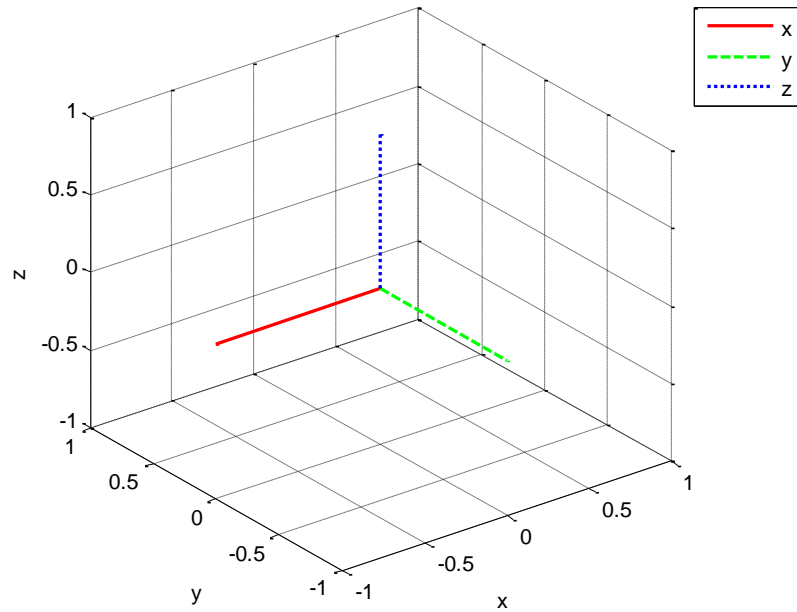


Fig. 13: Orientación $\gamma = 180^\circ$

después una rotación de $\beta = -90^\circ$:

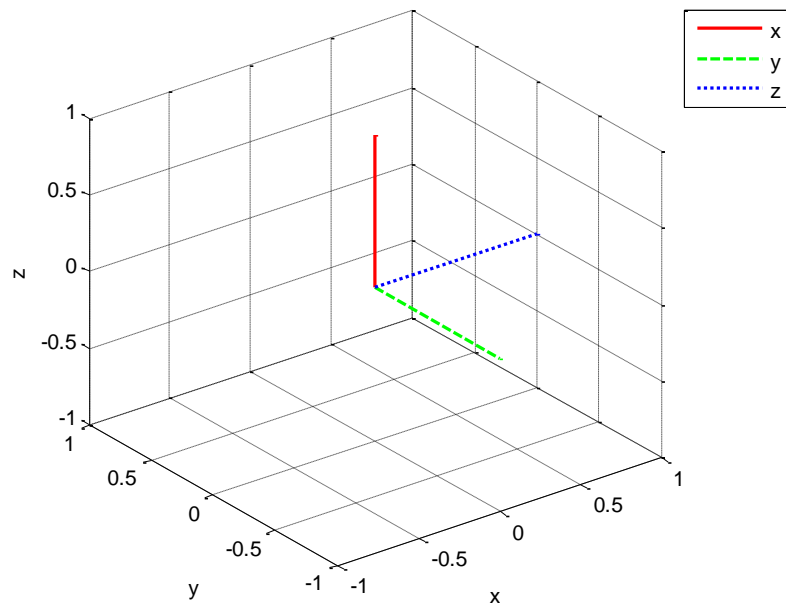


Fig. 14: Orientación $\gamma = 180^\circ$ y $\beta = -90^\circ$

y finalmente una rotación de $\alpha = 180^\circ$:

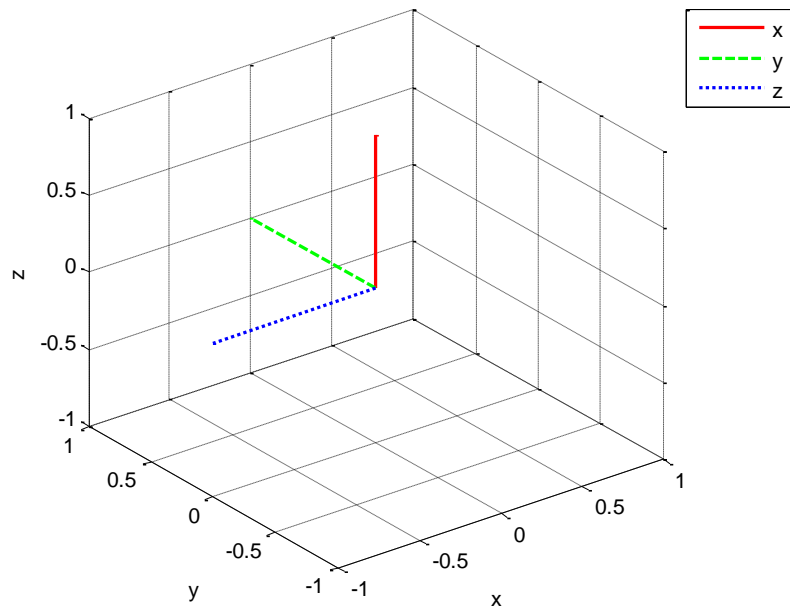


Fig. 15: Orientación $\gamma = 180^\circ$, $\beta = -90^\circ$ y $\alpha = 180^\circ$

Si ahora sin embargo, desde la posición inicial, aplicamos una rotación de $\beta = -90^\circ$ tenemos:

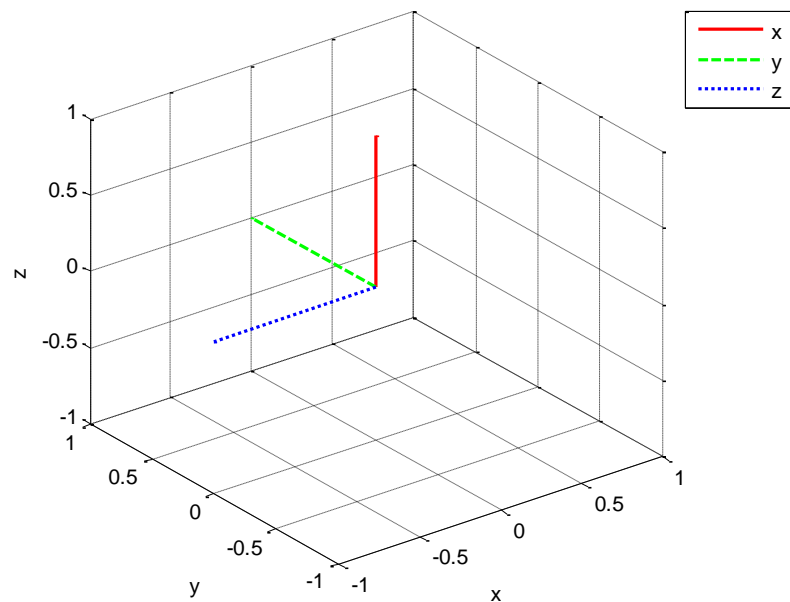


Fig. 16: Orientación $\beta = -90^\circ$

2.1. Obtención de la orientación

Como se puede observar obtenemos la misma orientación final. Es decir para dos orientaciones con estos ángulos:

$$\gamma = 180^\circ, \beta = -90^\circ, \alpha = 180^\circ$$

$$\gamma = 0^\circ, \beta = -90^\circ, \alpha = 0^\circ$$

tenemos la misma orientación final. Si hallamos el valor medio de estos ángulos obtenemos:

$$\gamma = 90^\circ, \beta = -90^\circ, \alpha = 90^\circ$$

que representan la siguiente orientación:

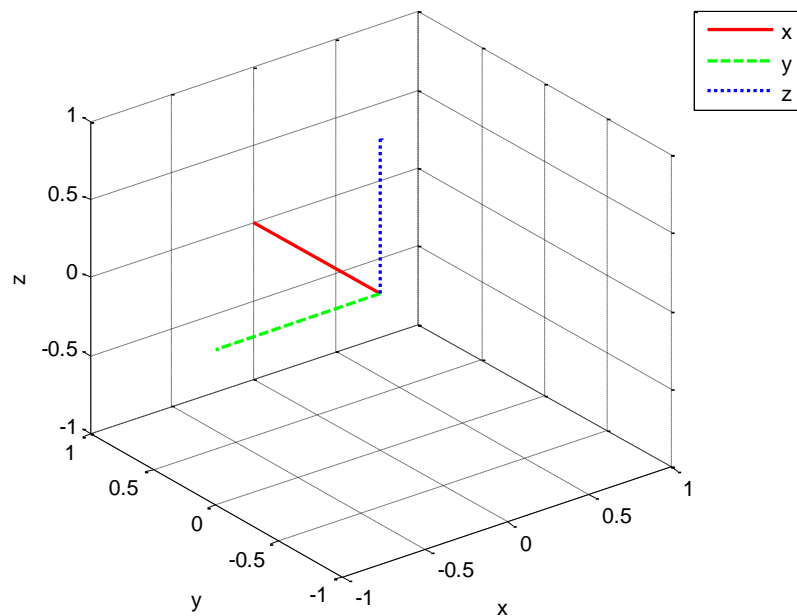


Fig. 17: Orientación $\gamma = 90^\circ$

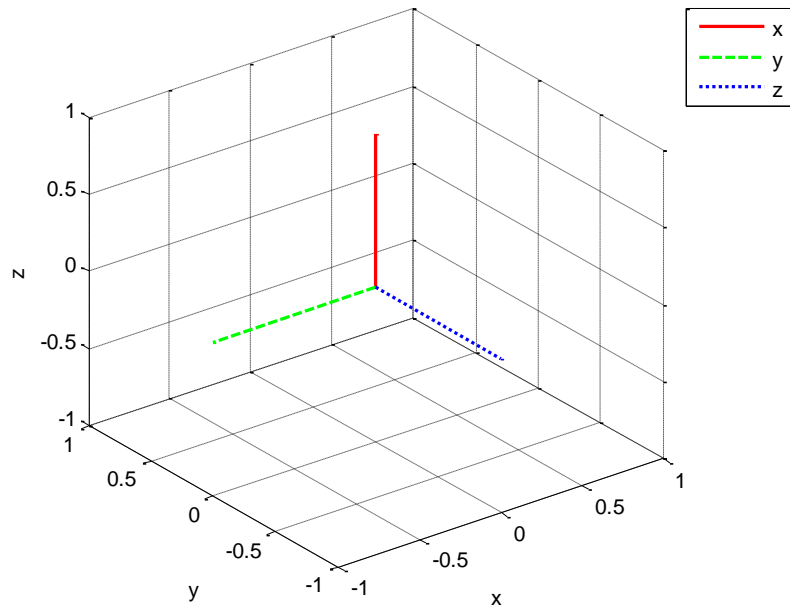


Fig. 18: Orientación $\gamma = 90^\circ$ y $\beta = -90^\circ$

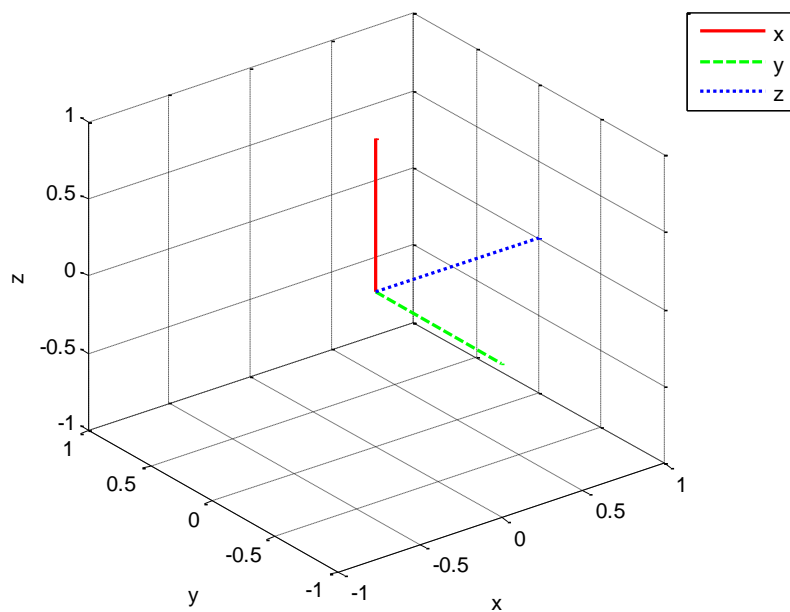


Fig. 19: Orientación $\gamma = 90^\circ$, $\beta = -90^\circ$ y $\alpha = 90^\circ$

Como se puede observar, la orientación final obtenida no es el valor medio de las dos orientaciones idénticas anteriores. Este problema nos hace tener que cambiar la manera de representar la orientación del dispositivo.

2.1.4.2. Introducción a los cuaterniones

Ante la necesidad de tener que combinar dos orientaciones (la orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro y la orientación obtenida a

partir del giróscopo) y después de observar que los ángulos de Euler no permiten hallar una combinación de estas orientaciones, necesitamos introducir una nueva manera de representar la orientación de un objeto en tres dimensiones.

Esta otra manera de representar una orientación es a través de cuaterniones. Los cuaterniones son una extensión de los números reales, similar a la de los números complejos, pero añadiendo tres unidades imaginarias en lugar de una. Estos cuaterniones, en concreto los cuaterniones unitarios, se pueden utilizar para representar rotaciones en el espacio de tres dimensiones. Este sistema de representación de las orientaciones es más simple, evita el problema del “Gimbal lock” y además se puede hallar el valor medio de manera simple.

Un cuaternión está formado por una parte real y por una parte imaginaria o vectorial:

$$q = w + xi + yj + zk$$

donde w es la parte real y el resto es la parte imaginaria o vectorial, con las unidades imaginarias i, j y k . También se puede representar de la siguiente forma:

$$q = \begin{bmatrix} w, & \vec{v} \end{bmatrix} \text{ siendo } \vec{v} = (x, y, z)$$

Centrándonos en las orientaciones, un cuaternión representa una rotación de un ángulo θ alrededor del eje representado por el vector \vec{u} :

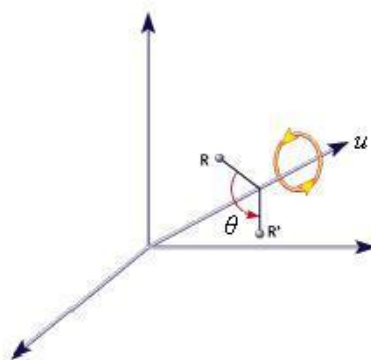


Fig. 20: Representación gráfica de un cuaternión

Esta rotación vendría representada por el siguiente cuaternión:

$$w = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\vec{v} = \vec{u} \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \left(a \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad b \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad c \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \right)$$

El módulo de un cuaternión es $|q| = \sqrt{w^2 + x^2 + y^2 + z^2}$. Para representar rotaciones sólo se utilizan cuaterniones unitarios, por lo tanto el vector \vec{u} de la rotación tiene que ser unitario.

Al igual que con las matrices de rotación, para hallar el cuaternión resultante de dos rotaciones consecutivas se utiliza el producto, que se define de la siguiente manera:

$$q \cdot q' = \left[w, \quad \vec{v} \right] \cdot \left[w', \quad \vec{v}' \right] = \left[w \cdot w' - \vec{v} \cdot \vec{v}', \quad \vec{v} \times \vec{v}' + w \cdot \vec{v}' + w' \cdot \vec{v} \right]$$

Este producto, también al igual que para las matrices, es asociativo pero no es conmutativo, por lo que el orden también es importante.

Otra operación de los cuaterniones necesaria para nuestro proyecto es cómo se aplica una rotación a un punto. Un punto es un cuaternión con parte real 0:

$$p = \left[0, \quad \vec{p} \right]$$

Para hallar el punto p' resultante de aplicar al punto p una rotación q se hace de la siguiente manera:

$$p' = q \cdot p \cdot q^{-1}$$

donde q^{-1} es el cuaternión inverso, que se define como:

$$q^{-1} = \frac{q^*}{|q|} = \frac{q^*}{1} = q^* = \left[w, \quad -\vec{v} \right]$$

2.1. Obtención de la orientación

Para los cuaterniones que representan rotaciones el inverso es igual al conjugado, ya que tiene módulo 1, y el conjugado no es más que cambiar de signo a la parte vectorial del cuaternión.

Ya tenemos definidas todas las operaciones con cuaterniones excepto la operación por la que fueron introducidos los cuaterniones, que es hallar la combinación de varios de ellos. Se puede demostrar que para rotaciones pequeñas, es decir, cuaterniones próximos, la media ponderada de dos cuaterniones es:

$$q = a \cdot q_1 + (1-a) \cdot q_2 = \left[a \cdot w_1 + (1-a) \cdot w_2, \quad a \cdot \vec{v}_1 + (1-a) \cdot \vec{v}_2 \right]$$

Como podemos ver, hallar el valor medio de dos cuaterniones es muy simple.

Finalmente necesitamos conocer la relación que existe entre los cuaterniones y los ángulos de Euler. Primero veremos cómo se obtiene el cuaternión a partir de los ángulos de Euler. Haremos lo mismo que para las matrices de rotación, que será hallar el cuaternión para cada ángulo y luego hacer el producto para tener el cuaternión total:

$$q_\gamma = \left[\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right), \quad \left(0, \quad 0, \quad \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right) \right]$$

$$q_\beta = \left[\cos\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad \left(0, \quad \text{sen}\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad 0 \right) \right]$$

$$q_\alpha = \left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad \left(\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad 0, \quad 0 \right) \right]$$

El cuaternión total será:

$$q = q_\gamma \cdot q_\beta \cdot q_\alpha$$

Como podemos comprobar el orden del producto es el mismo que para las matrices de rotación.

La obtención de los ángulos de Euler a partir de un cuaternión es:

$$\gamma = a \tan 2(2 \cdot y \cdot w - 2 \cdot x \cdot z, 1 - 2 \cdot y^2 - 2 \cdot z^2)$$

$$\beta = \arcsen(2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot z \cdot w)$$

$$\alpha = a \tan 2(2 \cdot x \cdot w - 2 \cdot y \cdot z, 1 - 2 \cdot x^2 - 2 \cdot z^2)$$

Pero tenemos dos singularidades:

$$\beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = 0, \quad \gamma = 2 \cdot a \tan 2(x, w)$$

$$\beta = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha = 0, \quad \gamma = -2 \cdot a \tan 2(x, w)$$

La introducción de los cuaterniones como manera de representar las orientaciones nos proporciona una manera sencilla de poder hallar una ponderación de varias orientaciones. En los siguientes apartados explicaremos distintas maneras de realizar esta combinación de orientaciones y veremos cuál de ellas es la que mejores prestaciones nos ofrece.

2.1.4.3. Combinación de orientaciones como el valor medio

El objetivo en esta sección es combinar la orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro con la orientación obtenida a partir del giróscopo para obtener una orientación resultante más próxima a la realidad. Para que la orientación resultante sea más precisa necesitamos eliminar de alguna manera los errores que presentan cada uno de los sensores, que son la sensibilidad del acelerómetro al ruido y a las vibraciones y la deriva en el tiempo introducida por el giróscopo.

Una primera aproximación consiste en hallar el valor medio de las dos orientaciones halladas previamente:

$$q = \frac{1}{2} \cdot q_a + \frac{1}{2} \cdot q_g$$

donde q_a es el cuaternión del acelerómetro y el magnetómetro y q_g es el del giróscopo.

Para poder comparar las distintas maneras de realizar la combinación de orientaciones, realizamos un experimento. Este experimento consiste en colocar el dispositivo en posición horizontal y girarlo 360° sobre su eje Y' para dejarlo en la misma posición inicial. A partir de este experimento calcularemos el ángulo de giro en cada instante, que será el cabeceo o pitch, de tres maneras distintas: a partir del acelerómetro y magnetómetro, a partir del giroscopio y a partir de la combinación de los dos anteriores. La obtención del ángulo se hará a partir de la orientación, es decir, no se calculará el ángulo directamente, sino que se calculará la orientación en cada uno de los tres casos anteriores, y a partir de esta orientación se obtendrá el ángulo. Tanto la explicación de cómo se obtienen los ángulos de Euler a partir de un cuaternión que representa una orientación, como la explicación de cómo se obtiene la orientación se han hecho anteriormente.

Como decíamos, para la primera combinación simplemente hallamos el valor medio de los dos cuaterniones y sacamos el ángulo a partir de él:

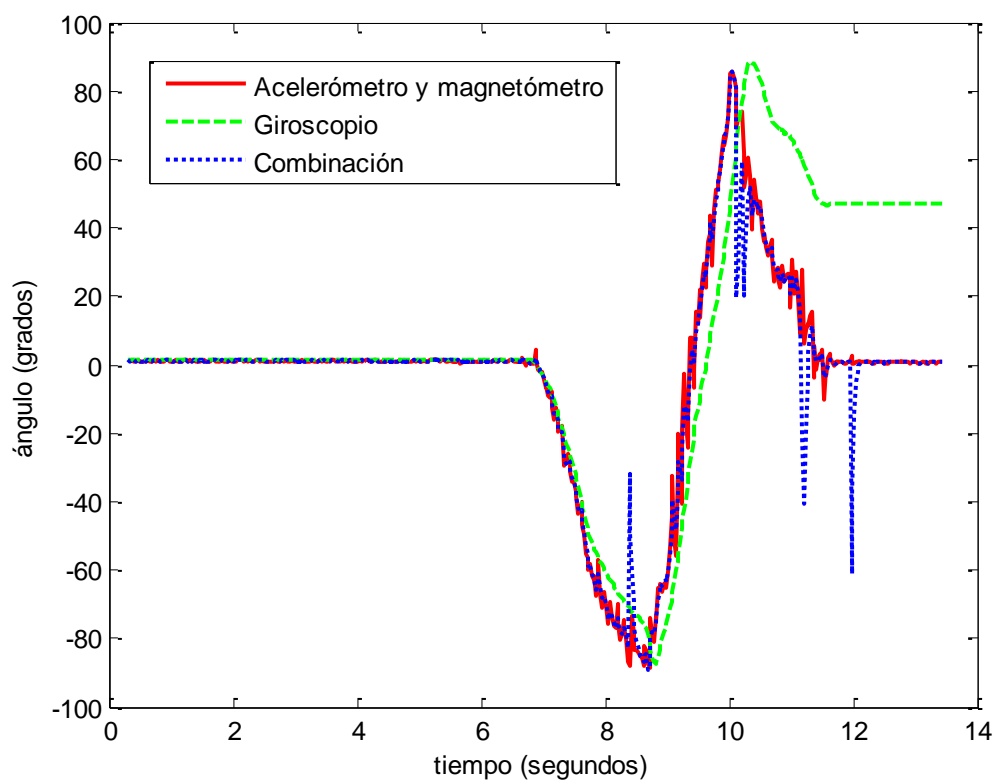


Fig. 21: Ángulo hallado como valor medio del acelerómetro y el giroscopio

En esta gráfica se puede ver cómo el ángulo obtenido a partir del acelerómetro y del magnetómetro tiene mucho ruido, y esto es porque el acelerómetro es muy sensible a pequeñas vibraciones y por lo tanto tiene ruido de alta frecuencia.

Otra cosa que se puede observar en esta gráfica es cómo el ángulo calculado a partir del giróscopo al principio tiene mucha precisión, sin embargo a medida que avanza el tiempo se va desviando más del obtenido a partir del acelerómetro. Esta es la deriva que presenta el giróscopo debido a que sus errores se van acumulando. Vamos a explicar cómo se obtienen las rotaciones con el giróscopo para entender mejor esta deriva. La orientación inicial del dispositivo (representada mediante un cuaternión) se obtiene a partir del acelerómetro y del magnetómetro, ya que con el giróscopo no se puede calcular. En la siguiente muestra tenemos las medidas del giróscopo, que son velocidades angulares, y al multiplicarlas por el incremento de tiempo entre una muestra y otra tenemos los ángulos de Euler en ese intervalo de tiempo. A partir de estos ángulos obtenemos el cuaternión correspondiente, que al multiplicarlo por el cuaternión inicial obtenemos el cuaternión que nos indica la orientación en este instante. Este es el valor que se utilizará como orientación inicial para el siguiente instante, por lo tanto, cualquier error que se haya introducido en esta iteración se propagará indefinidamente.

Vemos que esta deriva desaparece en el ángulo resultante de la combinación. Esto es así porque la orientación inicial para el giróscopo en una iteración no será el obtenido por el giróscopo en la iteración anterior, sino el valor medio obtenido a partir de la orientación del giróscopo y la del acelerómetro y magnetómetro. Esto hace que los errores introducidos por el giróscopo no se propaguen en el tiempo.

Sin embargo el ángulo resultante también presenta mucho ruido, aunque no tanto como el del acelerómetro.

2.1.4.4. Filtro complementario

Al hallar la orientación final del dispositivo como el valor medio de la orientación obtenida a partir del acelerómetro y el magnetómetro, y de la orientación obtenida a partir del giróscopo, observamos que el resultado no es satisfactorio, ya que este resultado sigue presentado muchos errores. Por lo tanto intentamos una segunda aproximación que es la utilización del filtro complementario.

Este filtro se aplica cuando se quieren combinar dos señales, una de las cuales tiene ruido de alta frecuencia y la otra tiene ruido de baja frecuencia. Como en nuestro caso, que las medidas obtenidas a partir del acelerómetro tienen ruido de alta frecuencia, debido a todas las vibraciones, y las del giróscopo, que tienen ruido de baja frecuencia debido a la deriva provocada por la acumulación de errores.

Este método se basa en aplicar un filtro a cada una de las señales, un filtro paso bajo a la señal con ruido de alta frecuencia y un filtro paso alto a la señal con un ruido de baja frecuencia. Estos dos filtros tendrán una misma frecuencia de corte, teniendo como resultado un filtro plano.

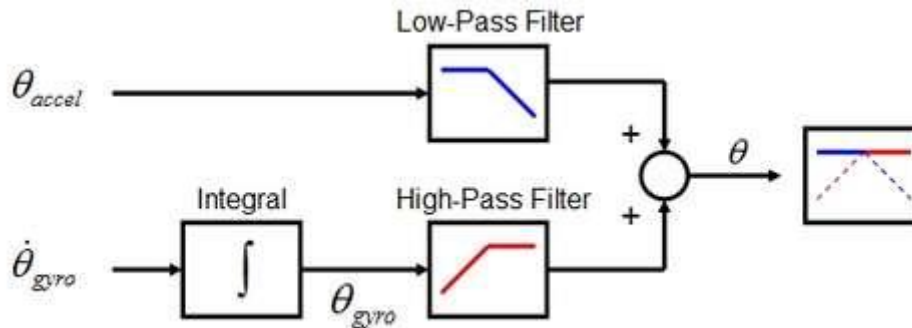


Fig. 22: Filtro complementario

El principal problema de este filtro es que añade un retardo al procesar la señal, por lo tanto no lo hace apto para su uso en sistemas que necesitan una respuesta muy rápida. Sin embargo hay una implementación aproximada que no introduce este retardo. Esta implementación es:

$$q = k \cdot q_g + (1 - k) \cdot q_a$$

El factor k es el coeficiente del filtro, que se calcula de la siguiente manera:

$$k = \frac{\tau}{\tau + dt}$$

donde τ es la constante de tiempo del filtro y dt es el intervalo de tiempo entre muestra y muestra.

Podemos ver que esta implementación no es más que una media ponderada de las dos entradas (de hecho, la combinación implementada en el apartado anterior coincide con la aplicación de este filtro con un coeficiente de 0,5). El coeficiente del filtro nos indica cuánto confiamos en las medidas del giróscopo respecto a las del acelerómetro y magnetómetro. Cuanto mayor sea este coeficiente, más confiamos en las medidas del giróscopo.

De todas formas, la mejor manera de hallar el coeficiente del filtro es de manera experimental, por lo que nosotros hacemos pruebas con distintos coeficientes y vemos los resultados.

$k = 0,6$:

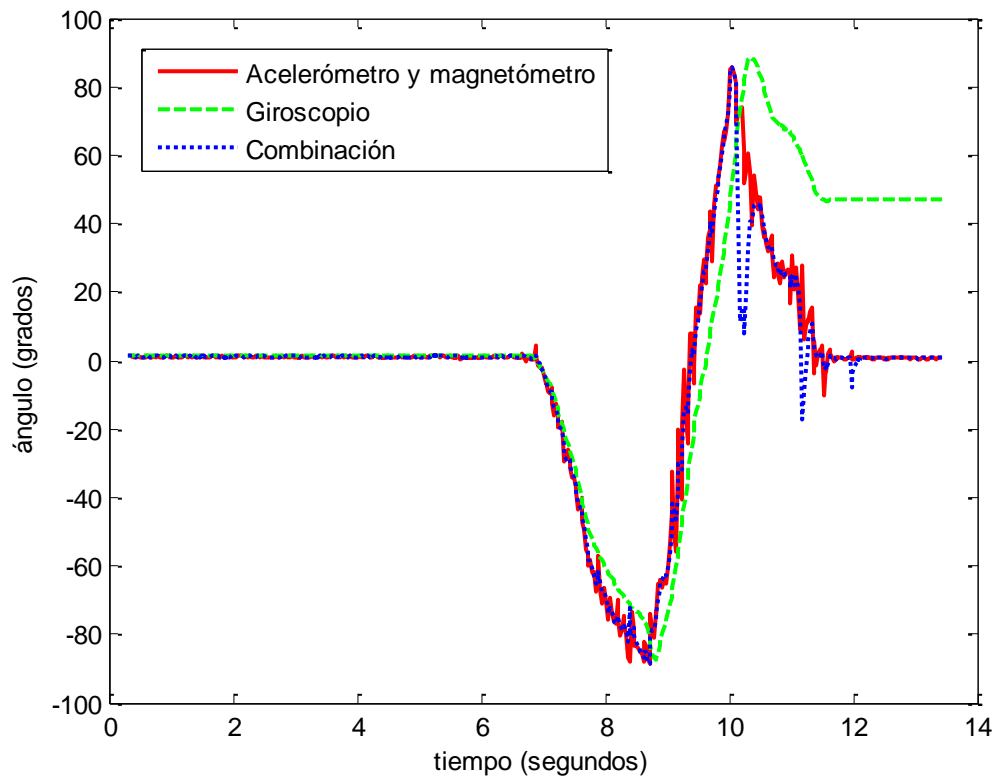


Fig. 23: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,6

$k = 0,7$:

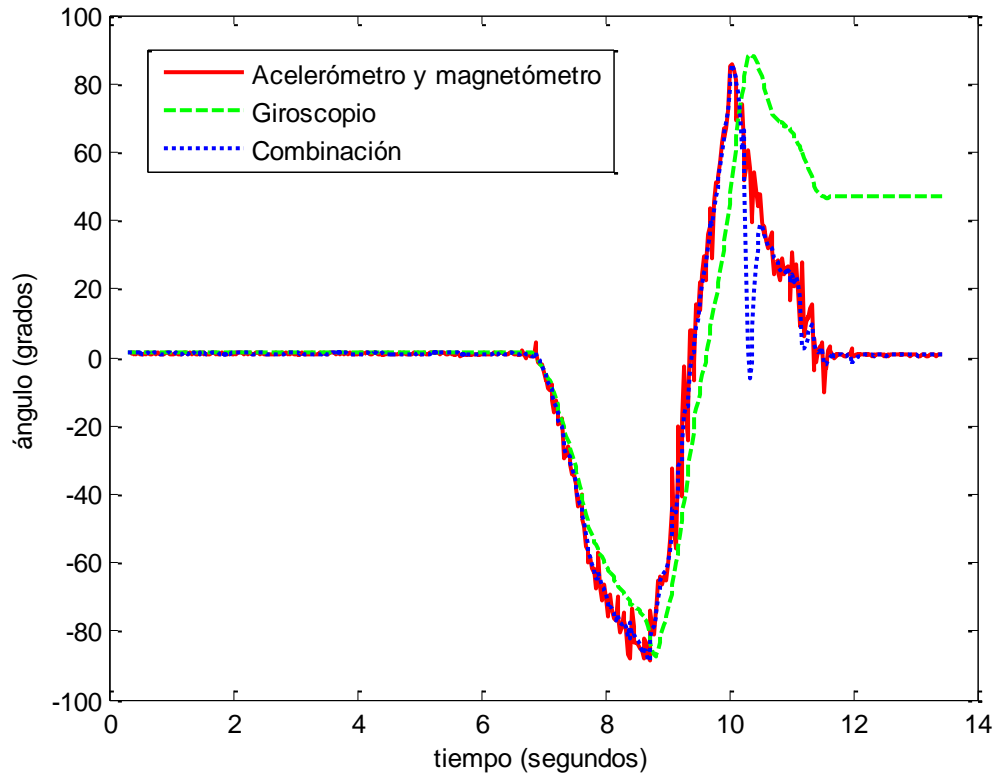


Fig. 24: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,7

$k = 0,8$:

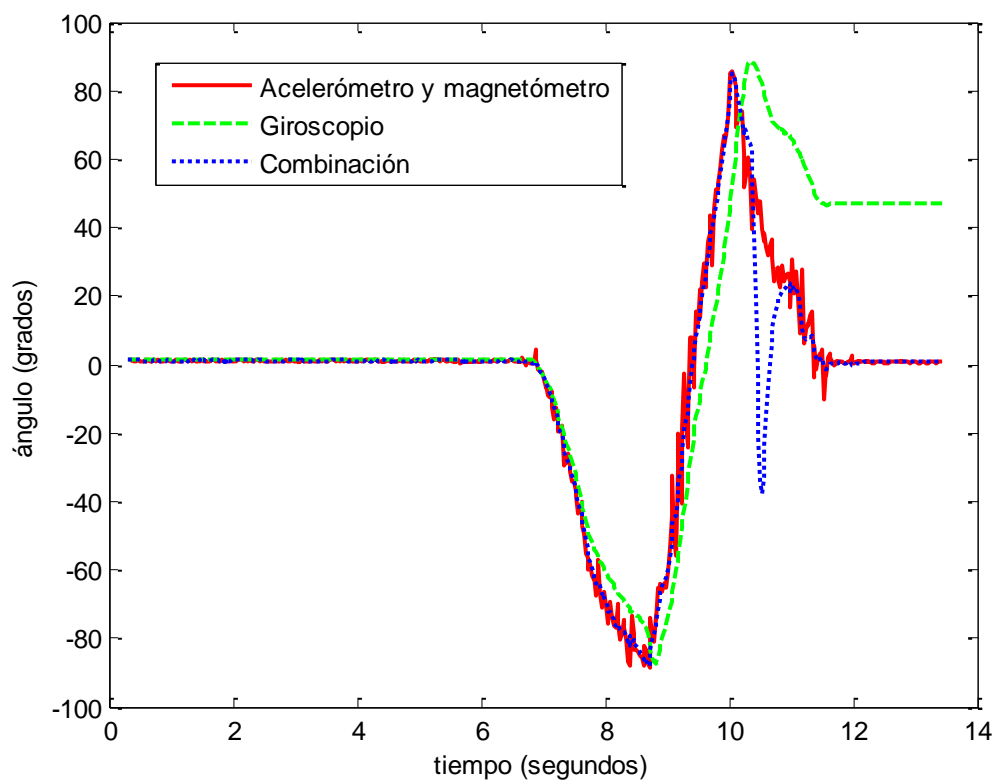


Fig. 25: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,8

$k = 0,9$:

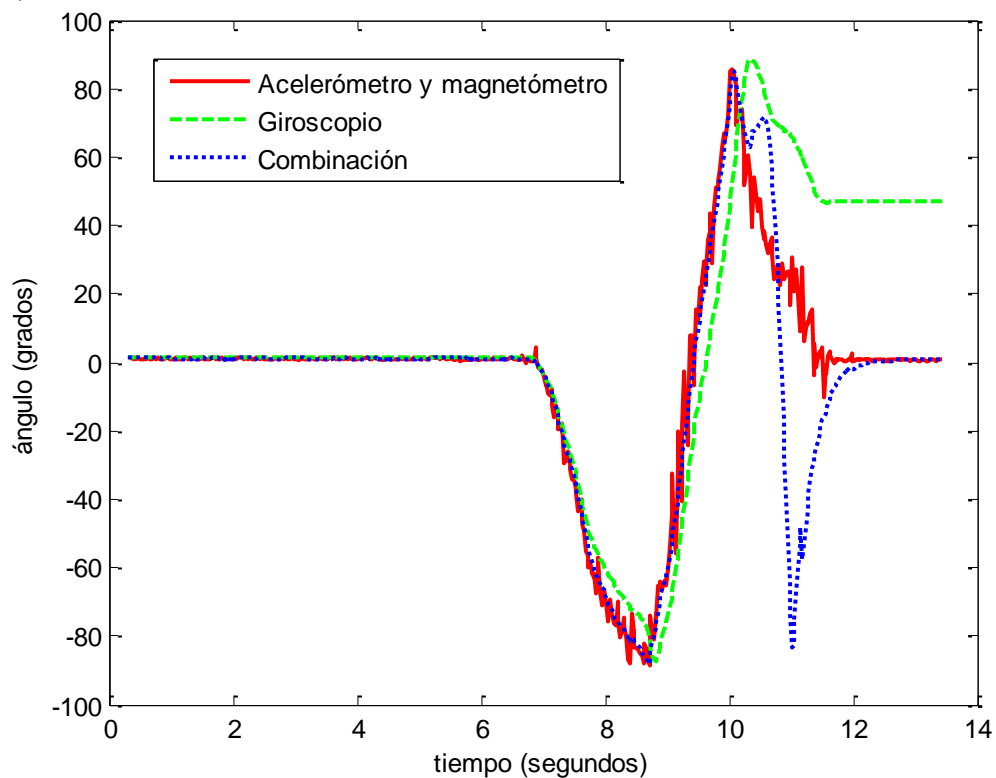


Fig. 26: Ángulo hallado con filtro complementario y coeficiente 0,9

Podemos observar que los resultados de este filtro no son los deseados, ya que para valores pequeños de la constante del filtro seguimos teniendo un resultado con ruido, y para valores altos aparece una clara divergencia entre el valor deseado y el resultado.

2.1.4.5. Filtro de Kalman

El objetivo de la primera parte del proyecto es hallar una orientación precisa como combinación de la orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro y de la orientación obtenida a partir del giróscopo. Este primer objetivo no se ha conseguido a partir de ninguno de los dos métodos para combinar las orientaciones utilizados anteriormente, que son hallar el valor medio y aplicar un filtro complementario. Por lo tanto vamos a utilizar un nuevo método que se utiliza mucho en problemas de este tipo, que es el llamado filtro de Kalman.

2.1.4.5.1. Introducción al filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo que posibilita la estimación del estado no medible de un sistema dinámico a partir de mediciones ruidosas. Este algoritmo es muy eficiente computacionalmente hablando y además minimiza el error cuadrático medio.

El filtro de Kalman tiene dos etapas, una de predicción y otra de corrección. En la etapa de predicción se utiliza el estado anterior del sistema y una medida de control para hallar una predicción del estado actual. Y en la etapa de corrección se corrige esta estimación a partir de la medida de observación del estado actual.

Este filtro es recursivo, es decir, no necesita acumular valores anteriores, sino que solamente utiliza el estado anterior y las medidas para poder obtener el estado actual. Esto hace que el uso del filtro de Kalman sea adecuado para sistemas que necesitan un tiempo de respuesta corto.

El primer paso para utilizar el filtro de Kalman es hallar las ecuaciones del modelo del sistema y del modelo de medida. El modelo del sistema es la ecuación que representa la evolución del estado del sistema con el tiempo:

$$x_k = A \cdot x_{k-1} + B \cdot u_k + w_k$$

x : vector con las variables de estado del sistema

u : vector con las medidas de control

w : error del sistema

El modelo de medida es la ecuación que relaciona el estado del sistema con la medida de observación:

$$z_k = H \cdot x_k + v_k$$

z : vector con las medidas de observación

v : error de medida

Para hallar estos modelos basta con definir las matrices A , B y H que se ajusten a nuestro sistema.

A partir de estos dos modelos se pueden definir las dos etapas del filtro de Kalman introducidas anteriormente. Las ecuaciones de la etapa de predicción son las siguientes:

$$\hat{x}_k^- = A \cdot \hat{x}_{k-1} + B \cdot u_k$$

$$P_k^- = A \cdot P_{k-1} \cdot A^T + Q_k$$

\hat{x} : estimación del estado del sistema

P : matriz de covarianza del error

Q : matriz de covarianza del error del sistema

El signo menos como superíndice significa que es una predicción de la variable.

A partir de ahora cuando hablamos del estado del sistema nos referimos a la estimación del estado del sistema, ya que el estado real no lo podemos conocer. Lo primero que hacemos en esta primera etapa del filtro es hallar una predicción del estado actual del sistema a partir del estado anterior y de la medida de control. Además también hacemos una predicción de la matriz de covarianza del error.

Las ecuaciones de la etapa de corrección son las siguientes:

$$K_k = P_k^- \cdot H^T \cdot (H \cdot P_k^- \cdot H^T + R_k)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (z_k - H \cdot \hat{x}_k^-)$$

$$P_k = (1 - K_k \cdot H) \cdot P_k^-$$

K : ganancia de Kalman

R : matriz de covarianza del error de medida

En esta etapa de corrección primero se calcula la ganancia de Kalman, que será el valor que nos indique cuánto confiamos en la medida de observación y cuánto en la predicción. A partir de esta ganancia hallamos la estimación del estado del sistema. La segunda ecuación de esta etapa se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\hat{x}_k = K_k \cdot z_k + (1 - K_k \cdot H) \cdot \hat{x}_k^-$$

Al reescribir la ecuación nos damos cuenta de que en este paso simplemente obtenemos la estimación del estado del sistema como una media ponderada de la medida de observación y de la predicción hecha en la etapa anterior. Cuando mayor sea la ganancia de Kalman, más importancia se da a la medida de observación y menos a la predicción. De esto se puede deducir que el filtro de Kalman es como la implementación utilizada para el filtro complementario, pero en este caso el coeficiente del filtro se va actualizando en cada iteración de manera inteligente para minimizar el error.

El último paso en esta etapa es actualizar la matriz de covarianza del error teniendo en cuenta la ganancia de Kalman obtenida.

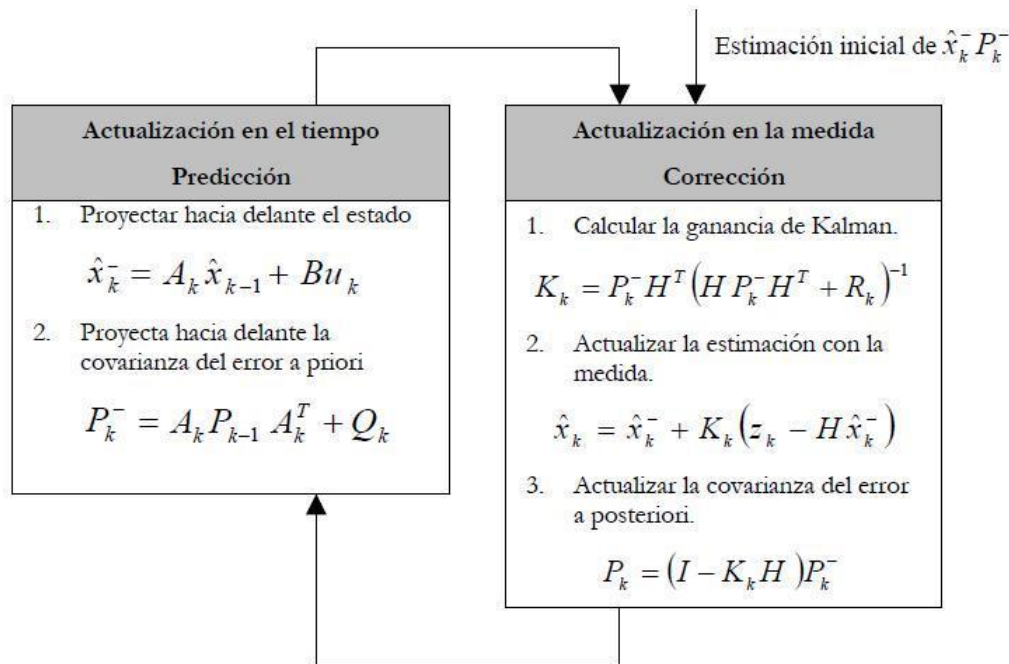


Fig. 27: Algoritmo del filtro de Kalman

Podemos ver que en las ecuaciones definidas se incluyen tres variables que tienen que ver con el error. La primera de ellas es la matriz de covarianza de errores P . Esta matriz nos indicará cuánto se desvía la medida de la predicción, y como se va actualizando en el proceso sólo necesitamos su valor inicial, el cual no es demasiado crítico puesto que sólo repercutirá en el tiempo que necesita el algoritmo para converger.

La matriz Q nos indica el error que se introduce en el sistema debido a la medida de control. Es decir, la medida de control no será exacta, y por lo tanto su error repercute en la calidad de la predicción del estado del sistema. Igualmente la matriz R nos indica el error introducido por la medida de observación. Estos errores pueden variar con el tiempo, aunque en la mayoría de los sistemas serán constantes. Cuanto mayor sea la precisión con la que estas dos matrices modelan los errores del sistema, mejores prestaciones obtendremos del filtro de Kalman. Éste es uno de los principales problemas para la utilización de este filtro, ya que en muchas ocasiones conocer las covarianzas del ruido en las mediciones no es tarea fácil.

Otro problema grande de este filtro es que sólo se puede utilizar para sistemas lineales. Para evitar este problema se desarrolló el filtro de Kalman extendido, que consiste en utilizar el mismo concepto pero para sistemas no lineales (como explicaremos más adelante, nuestro sistema es un sistema no lineal). En estos sistemas las ecuaciones del modelo son las siguientes:

Capítulo 2: Desarrollo teórico

$$x_k = a(x_{k-1}, u_k, w_k)$$

$$z_k = h(x_k, v_k)$$

En este caso se sustituyen las matrices A , B y H por las funciones a y h , que relacionan, respectivamente, el estado actual con el estado anterior y la medida de control, y la medida de observación con el estado del sistema.

Para linealizar el sistema, tenemos que hallar los siguientes valores:

$$A_k = \frac{\partial a}{\partial x}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$$

$$W_k = \frac{\partial a}{\partial w}(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$$

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}_k^-, 0)$$

$$V_k = \frac{\partial h}{\partial v}(\hat{x}_k^-, 0)$$

En cuanto a las ecuaciones del filtro quedan de la siguiente forma.

$$\hat{x}_k^- = a(\hat{x}_{k-1}, u_k, 0)$$

$$P_k^- = A_k \cdot P_{k-1} \cdot A_k^T + W_k \cdot Q_k \cdot W_k^T$$

$$K_k = P_k^- \cdot H_k^T \cdot (H_k \cdot P_k^- \cdot H_k^T + V_k \cdot R_k \cdot V_k^T)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0))$$

$$P_k = (I - K_k \cdot H_k) \cdot P_k^-$$

A partir de aquí intentaremos aplicar estos filtros a nuestro sistema y así obtener una orientación final con mejores prestaciones.

2.1.4.5.2. Caracterización de los errores de los sensores

Para el filtro de Kalman se utilizan las estimaciones de los errores de las dos medidas que intervienen en el filtro. En nuestro caso las entradas del filtro de Kalman son la orientación calculada a partir del acelerómetro y el magnetómetro, y la rotación calculada a partir del giróscopo. Para ser más precisos, necesitamos las matrices de covarianza de estas dos medidas. Como todos los sensores son independientes entre ellos, lo que hacemos es calcular la varianza de cada uno de los sensores por separado. Para ello dejamos el dispositivo en reposo durante un tiempo suficiente y tomamos las medidas en cada uno de los ejes de todos los sensores (acelerómetro, magnetómetro y giróscopo).

A partir de estas medidas calculamos la covarianza de cada uno de los sensores utilizando la varianza de Allan con solapamiento, que es un método para obtener la varianza de una señal discreta. Este método se basa en hallar una media del cuadrado de las diferencias entre las medias de la señal en diferentes vectores dentro de la muestra. Este método viene definido por esta fórmula:

$$\hat{v}_I^2(T) = \frac{1}{2(I-2L)} \sum_{k=1}^{I-2L} \left(\frac{1}{L} \sum_{i=k+L}^{k+2L-1} \Omega[i] - \frac{1}{L} \sum_{i=k}^{k+L-1} \Omega[i] \right)^2$$

donde Ω es la señal, I es el número de muestras de la señal y L es un parámetro del método que indica la longitud de los vectores que se comparan (en nuestro caso utilizamos un valor de 10).

2.1.4.5.3. Aplicación del filtro de Kalman

Como dijimos al explicar el filtro de Kalman, lo primero que necesitamos hacer es definir las ecuaciones del modelo del sistema y del modelo de medida. Pero eso no se puede hacer sin saber cuáles son nuestras variables, que son el estado del sistema, medida de control y medida de observación.

El estado del sistema será el cuaternión con la orientación, la medida de control será el cuaternión que represente la rotación medida por el giróscopo en un intervalo de tiempo, y la medida de observación será el cuaternión con la orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro.

Una vez definidas estas variables podemos decir que tenemos que utilizar un filtro de Kalman extendido, ya que la relación entre las orientaciones no es lineal. De esta manera las ecuaciones del modelo del sistema y del modelo de medida son:

Capítulo 2: Desarrollo teórico

$$q_k = q_{k-1} \cdot qg_k + w_k$$

$$qa_k = q_k + v_k$$

donde q es el cuaternión de la orientación resultante, qg es la rotación obtenida con el giróscopo y qa es la orientación obtenida con el acelerómetro y el magnetómetro.

El problema surge a la hora de linealizar el sistema, ya que no es trivial. En nuestro caso haremos una simplificación que será que las matrices de covarianza de error serán matrices de 1x1, es decir, valores escalares. De esta manera, la linealización del sistema también podemos simplificarla y hacer que las variables A_k , W_k , H_k y V_k sean iguales a 1.

Con estas simplificaciones las ecuaciones del filtro nos quedan:

$$\hat{q}_k^- = \hat{q}_{k-1} \cdot qg_k$$

$$P_k^- = P_{k-1} + Q_k$$

$$K_k = \frac{P_k^-}{P_k^- + R_k}$$

$$\hat{q}_k = \hat{q}_k^- + K_k \cdot (qa_k - \hat{q}_k^-) = K_k \cdot qa_k + (1 - K_k) \cdot \hat{q}_k^-$$

$$P_k = (1 - K_k) \cdot P_k^-$$

Los parámetros Q_k y R_k serán las varianzas de los sensores que calculamos con el método definido en el apartado anterior. Con este método obtenemos la varianza de cada sensor en cada uno de los ejes.

Las varianzas del giróscopo en sus tres ejes son muy parecidas, así que utilizamos el valor medio de estas varianzas como valor de Q_k . Como la varianza del giróscopo no varía con el tiempo, nuestra variable será una constante.

Para el valor de R_k tenemos que tener en cuenta las varianzas del acelerómetro y el magnetómetro en los tres ejes. Con las pruebas realizadas se puede ver que las varianzas del magnetómetro son despreciables respecto a las del acelerómetro, así

que hacemos como en el caso anterior y tomamos el valor medio de las varianzas del acelerómetro para R_k , que también es una constante.

Lo único que nos falta para poner en marcha el algoritmo son los valores iniciales. Para la orientación inicial tomamos la orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro en el instante inicial. Y para la covarianza del error inicial tomamos el valor 0,5. Estos valores no son críticos ya que sólo afectan al tiempo de convergencia del algoritmo y en nuestras pruebas siempre dejamos el dispositivo los 5 primeros segundos en reposo para hacer una autocalibración.

En la gráfica siguiente se puede ver el resultado al aplicar el filtro de Kalman al mismo experimento llevado a cabo en esta sección 2.1.4:

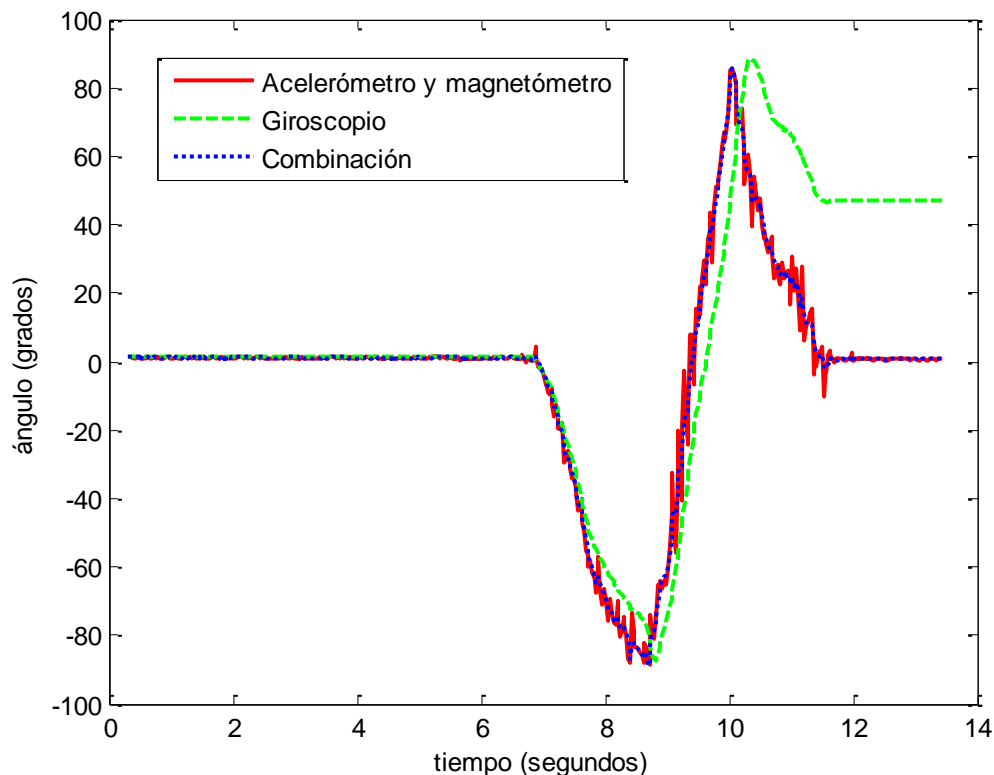


Fig. 28: Ángulo hallado con filtro de Kalman

Al comparar el resultado obtenido con los obtenidos a partir de otros métodos vemos que es mucho mejor, ya que sigue perfectamente la línea trazada con el acelerómetro pero eliminando la mayor parte del ruido. Es decir, aprovecha la estabilidad del acelerómetro a largo plazo y la precisión del giróscopo a corto plazo.

A continuación desarrollamos un pequeño cambio en el algoritmo de este filtro. Antes hemos dado por hecho que los errores de los sensores son constantes en el tiempo. Aunque esto pueda ser así, estamos haciendo la asunción de que el

acelerómetro solamente está midiendo la gravedad, lo cual deja de ser cierto en cuanto se le añaden las componentes de aceleración lineal y aceleración angular. Por lo tanto podemos decir que cuanto mayores sean las aceleraciones lineales y angulares medidas por el acelerómetro, más error tendremos en la orientación obtenida a partir del acelerómetro y el magnetómetro.

Una manera de introducir esto en nuestra implementación del filtro de Kalman extendido es hacer que la variable R_k varíe su valor en función del módulo de la aceleración medida. Es decir, cuanto más distintos sean los valores del módulo de la aceleración y de la gravedad, mayor será el parámetro R_k :

$$R_k = R_0 + c \cdot \text{abs}\left(\left|\vec{a}_k\right| - g\right)$$

donde R_0 es el valor de la varianza del acelerómetro en reposo y g es el valor de la gravedad. El parámetro c lo calculamos experimentalmente, ya que hallar la relación entre la aceleración medida y el error presente en el cuaternión es muy complicado.

Con esta aproximación obtenemos el siguiente resultado:

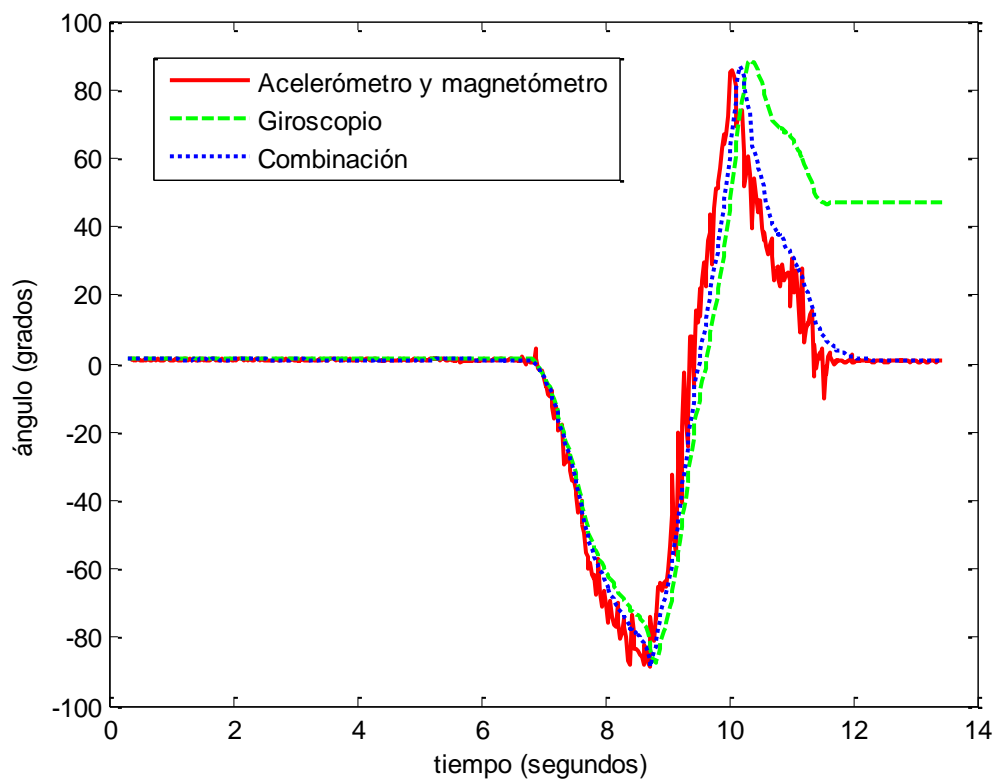


Fig. 29: Ángulo hallado con filtro de Kalman y error variante en el tiempo

Aquí se puede ver que el resultado obtenido es peor que con la variable R_k constante. Sobre todo se puede apreciar cómo el ángulo resultante tiene un desplazamiento hacia el ángulo obtenido con el giróscopo. Esto es así porque al aumentar el valor de R_k , hacemos que el algoritmo confíe más en la medida de control que en la medida de observación, es decir, que confíe más en el giróscopo que en el acelerómetro, y por lo tanto el resultado obtenido se acerca algo más al primero.

A la vista de los resultados de todos los algoritmos aplicados, podemos decir que el que ha presentado un mejor rendimiento es el filtro de Kalman extendido con el error del acelerómetro constante. Además también se puede decir que la eficacia de este algoritmo es elevada, consiguiendo eliminar en gran parte la deriva en el tiempo del giróscopo y la sensibilidad a las vibraciones del acelerómetro.

2.2. Obtención de la velocidad y la posición

Hasta ahora hemos conseguido uno de los parámetros objetivo de este proyecto, que es obtener la orientación del dispositivo respecto a la Tierra. Para ello hemos hallado esta orientación de dos formas posibles. La primera a partir del acelerómetro y el magnetómetro, utilizando las direcciones conocidas de la gravedad y el campo magnético terrestre. La segunda forma de hallar la orientación es a partir de los ángulos de giro que nos proporciona el giróscopo. Una vez que tenemos estas dos orientaciones las combinamos teniendo en cuenta las virtudes y defectos de cada una de ellas para obtener una orientación resultante mucho más precisa.

La última parte del procesamiento consiste en hallar los dos parámetros restantes, que son la velocidad y la posición del dispositivo. En este apartado explicaremos cada uno de los pasos para obtener la velocidad y posición del dispositivo a partir de la orientación hallada previamente y las medidas de los sensores. Estos pasos los podemos ver representados en la siguiente figura, donde se destaca la parte que se explica en este apartado:

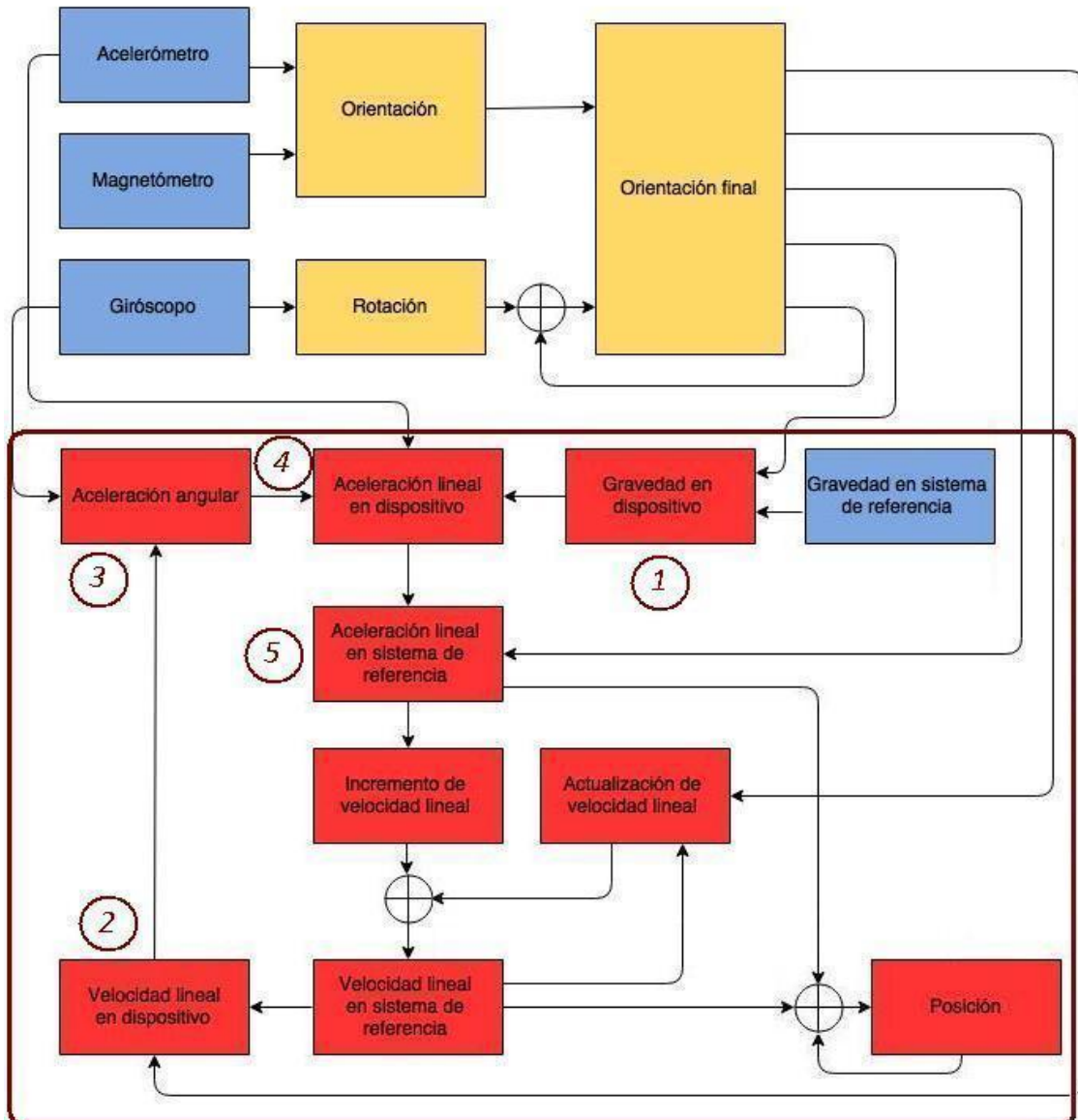


Fig. 30: Cálculo de la velocidad y la posición dentro del esquema general

Para empezar necesitamos aislar de la medida del acelerómetro la aceleración responsable del movimiento del dispositivo, que es la aceleración lineal. Como explicamos en la introducción, un acelerómetro mide los siguientes componentes de la aceleración:

- aceleración lineal
- gravedad
- aceleración angular
- efecto Coriolis
- aceleración centrífuga por la rotación de la Tierra

2.2. Obtención de la velocidad y la posición

Los dos últimos componentes de la aceleración los podemos descartar, ya que su contribución a la medida total es mínima y, además, estos dos efectos quedarán enmascarados por el ruido.

Por lo tanto necesitamos conocer la gravedad y la aceleración angular para poder restárselas a la medida del acelerómetro y así tener solamente la aceleración lineal.

Para restar la aceleración de la gravedad basta con pasar el vector de la gravedad del sistema de coordenadas de referencia, que será siempre el mismo, al sistema de coordenadas del dispositivo utilizando la matriz de orientación.

$$\vec{g}_k = O_k^{-1} \cdot \vec{g} = O_k^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (\text{paso 1})$$

El último paso para obtener la aceleración lineal es restar la aceleración angular. Esta aceleración se calcula a partir del producto vectorial de la velocidad lineal y la velocidad angular. La velocidad lineal es la calculada en el instante anterior, y la velocidad angular es la medida con el giróscopo. Estos dos valores tienen que estar en el mismo sistema de coordenadas, con lo que para ello se utilizará la matriz de orientación hallada previamente.

$$\vec{v}_{k-1} = O_{k-1}^{-1} \cdot \vec{v}_{k-1} \quad (\text{paso 2})$$

$$\vec{aa}_k = \vec{\omega}_k \times \vec{v}_{k-1} \quad (\text{paso 3})$$

En este punto ya tendríamos la aceleración lineal del dispositivo en el sistema de coordenadas del dispositivo, la cual la convertimos al sistema de coordenadas de referencia mediante la matriz de orientación.

$$\vec{al}_k = \vec{a}_k - \vec{g}_k - \vec{aa}_k \quad (\text{paso 4})$$

$$\vec{al}_k = O_k \cdot \vec{al}_k \quad (\text{paso 5})$$

Integrando esta aceleración lineal obtenemos la variación de la velocidad en este intervalo de tiempo. Este incremento de velocidad no se puede sumar directamente a la velocidad lineal del instante anterior, ya que si el dispositivo ha

modificado su orientación esta velocidad habrá modificado su dirección. Por lo tanto, antes de aplicar el incremento de velocidad directamente, primero tenemos que aplicarle a la velocidad del instante anterior el cambio de orientación del dispositivo. Todo esto se puede representar en las siguientes ecuaciones matriciales, que se gestionan más eficientemente por Matlab (este cálculo matricial representa el resto de cajas en la figura 30):

$$S_k = A_k \cdot Rot_k \cdot S_{k-1} + B_k \cdot O_k \cdot al_k$$

donde:

$$S = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad \text{es el vector con las posiciones y velocidades}$$

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t_k^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t_k^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t_k^2}{2} \\ \Delta t_k & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t_k & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t_k \end{bmatrix}$$

2.2. Obtención de la velocidad y la posición

$$Rot_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ 0 & 0 & 0 & r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ 0 & 0 & 0 & r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$O_k = O_{k-1} \cdot R_k \rightarrow R_k = O_{k-1}^{-1} \cdot O_k = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

La velocidad lineal en el sistema de referencia que hemos hallado nos sirve para dos cosas. Primero, pasar esta velocidad lineal de nuevo al sistema de referencia del dispositivo para poder obtener la aceleración angular (paso 1). Y, por último, al integrar esta velocidad en este intervalo de tiempo calculamos el espacio recorrido y así podemos actualizar la posición del dispositivo.

Capítulo 3

Descripción y calibración del sistema

En este apartado detallaremos el montaje hardware del dispositivo, así como una breve descripción del software encargado de la lectura de datos y los cálculos. Por último explicaremos la calibración realizada a los sensores.

3.1. Descripción del hardware y el software utilizado

Para el desarrollo de este proyecto hemos utilizado la placa GY-80 que tiene integrado los tres sensores que necesitamos para montar nuestra unidad de medida inercial: acelerómetro, giroscopo y magnetómetro.

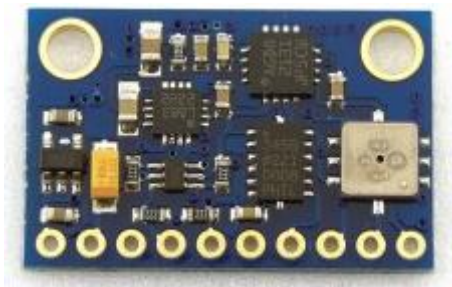


Fig. 31: Placa GY-80

Como acelerómetro tiene el “Analog Devices ADXL345”, como giróscopo el “ST Microelectronics L3G4200D” y como magnetómetro el “Honeywell MC5883L”.

En cuanto al ADXL345 podemos decir que es un acelerómetro de tres ejes. Estos tres ejes ortogonales están muy bien alineados, puesto que tiene un error de ± 0.1 grados. Además la sensibilidad cruzada entre ejes también es muy pequeña, en torno al 1%, con lo que podemos decir que las medidas en cada eje son independientes. El rango de medida es configurable, pudiéndose elegir entre $\pm 2g$, $\pm 4g$, $\pm 8g$ y $\pm 16g$. Evidentemente la sensibilidad dependerá del rango elegido. Otro parámetro importante es el offset, que aunque tiene un valor típico de 0, puede estar en $\pm 150mg$, pudiéndose incrementar hasta $\pm 250mg$ para el eje vertical. Este comportamiento especial del eje vertical también se puede ver en los valores de ruido, que es mayor en este eje que en los demás.

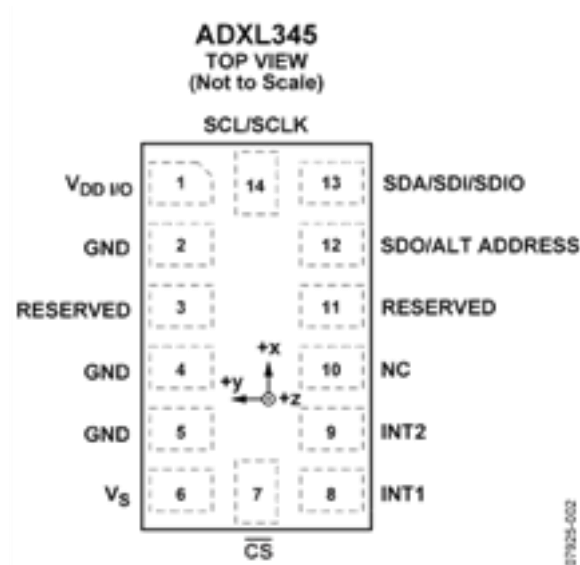


Fig. 32: Acelerómetro ADXL345

El L3G4200D es un giróscopo de tres ejes con un rango de medida seleccionable de hasta ± 2000 grados por segundo (dps), con una sensibilidad de 70mdps/LSB. El offset, como en el caso del acelerómetro, también tiene un valor típico de 0, pero puede llegar a alcanzar los $\pm 75dps$. En este caso podemos destacar que tanto su sensibilidad como su offset varían con la temperatura.

3.1. Descripción del hardware y el software utilizado

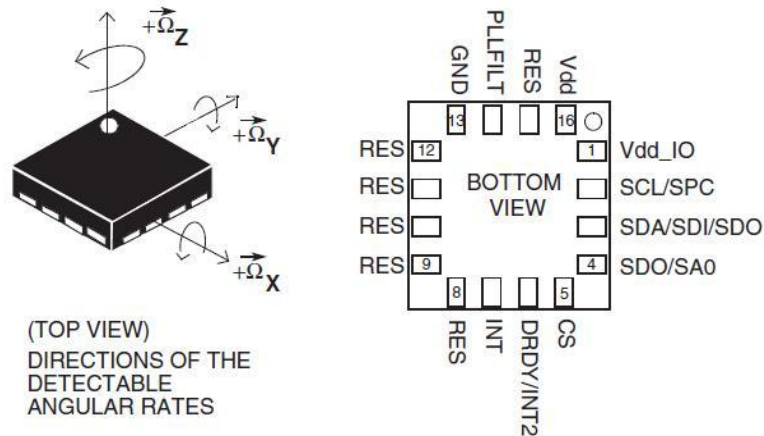


Fig. 33: Gir6scopo L3G4200D

El MC5883L es un magnet6metro de 3 ejes que presenta unas caracter6sticas suficientes para el desarrollo de este proyecto. Del magnet6metro solamente necesitamos que la medida sea precisa en la direcci6n, por lo que la sensibilidad (0,92mG/LSB) no es un dato relevante para nosotros. El valor que nos importa es la sensibilidad cruzada entre ejes, la cual es muy baja ($\pm 0,2\%$).

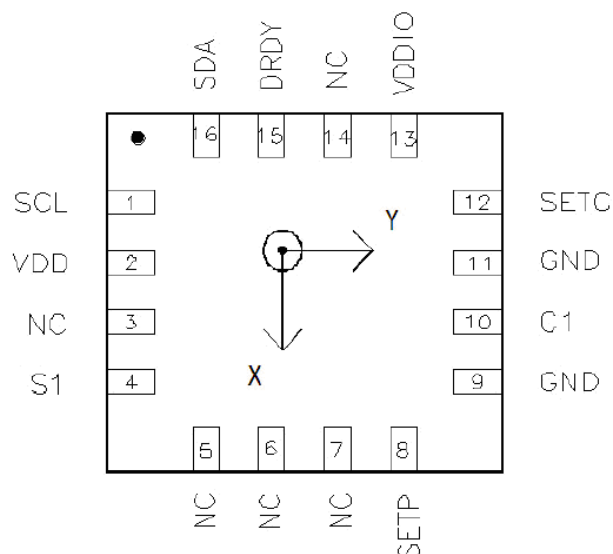


Fig. 34: Magnet6metro MC5883L

La placa GY-80 la conectamos a un Arduino para el control y la lectura de los sensores. Para la comunicaci6n entre el Arduino y el GY-80 se utiliza el bus de comunicaciones serie I²C, que s6lo utiliza dos l6neas para transmitir la informaci6n, una l6nea para datos (SDA) y otra para el reloj (SCL). Este bus necesita una tercera l6nea que es la de tierra.

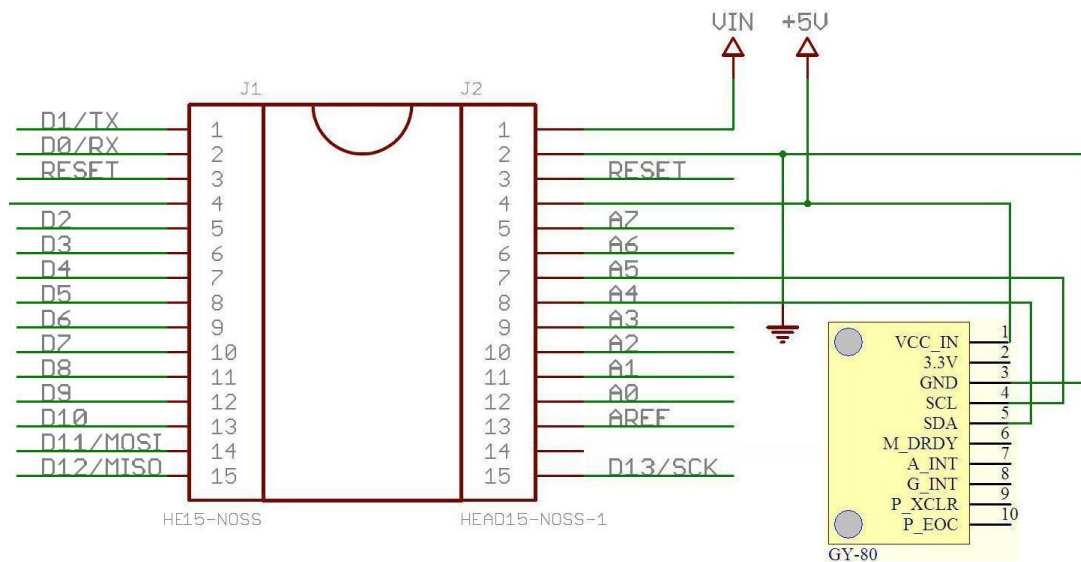


Fig. 35: Esquema circuito: Arduino y GY-80

Este circuito se puede utilizar alimentándolo todo a través de la conexión mini-USB que presenta el Arduino. Además se puede aprovechar esta misma conexión para leer los datos. El problema que esto presenta es que tenemos que tener nuestro dispositivo conectado permanentemente a un ordenador.

Para que pueda funcionar también de manera autónoma, añadimos a esta configuración un adaptador de tarjetas microSD, para almacenar los datos en una tarjeta de memoria, y alimentamos todo el sistema con una pila. De esta manera tenemos nuestro sistema preparado para funcionar conectado mediante el cable mini-USB a un ordenador o de manera autónoma alimentándolo con una pila.



Fig. 36: Adaptador microSD

Para conectar este adaptador al Arduino sólo necesitamos ver sus conexiones:

3.1. Descripción del hardware y el software utilizado



Fig. 37: Conexiones adaptador microSD

Las conexiones de tierra y alimentación van a los mismos pines que el GY-80. Las demás conexiones van:

MISO (Master In Slave Out) → D12/MISO

MOSI (Master Out Slave In) → D11/MOSI

SCK (Serial Clock) → D13/SCK

CS (Chip Select) → D4

La disposición final de nuestro dispositivo es la siguiente:

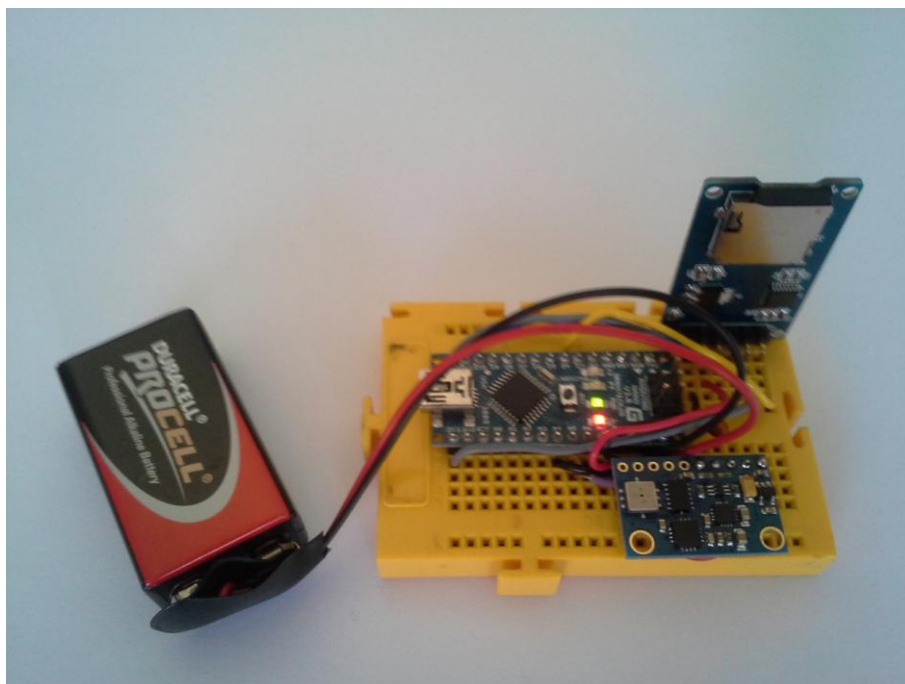


Fig. 38: Disposición final del dispositivo IMU

Para hacer la configuración de los sensores, ya que estos tienen parámetros configurables como el rango de medida, y para hacer la lectura de los mismos, desarrollamos un software que cargamos en el Arduino (ver Anexo I). Este software

detecta si tiene una tarjeta microSD donde poder almacenar la lectura de los sensores, y si no es así, escribe estos datos directamente en el puerto serie.

Este software, además de configurar los sensores y realizar su lectura, también podría haber realizado los cálculos necesarios para transformar estas lecturas en los valores finales (m/s^2 , $^\circ/\text{s}$, y gauss). Sin embargo decidimos que este software realizara las menos operaciones posibles para así aumentar la frecuencia de lectura de los sensores, aumentando el número de medidas por segundo, ya que cuantas más medidas tengamos mejor será el comportamiento de nuestro sistema.

Para realizar las operaciones necesarias para obtener la orientación, la velocidad y la posición del dispositivo se desarrollaron programas en Matlab. En concreto se desarrollaron dos programas. El primero de ellos obtiene los datos de las lecturas directamente por el puerto serie (en este caso no se almacenan las medidas) y hace una representación en tiempo real de la orientación del dispositivo (ver Anexo II).

El segundo programa desarrollado obtiene las lecturas de un fichero y va calculando en cada instante la velocidad y la posición del dispositivo en cada uno de los ejes del sistema de coordenadas de referencia (ver Anexo III). El fichero con las lecturas se puede conseguir de dos maneras, almacenando las medidas en la tarjeta microSD o guardando en un fichero los datos provenientes del puerto serie. Adicionalmente este programa también muestra distintas gráficas relativas al experimento: aceleración, módulo de la aceleración, velocidad, módulo de la velocidad y trayectoria.

3.2. Calibración de los sensores

La precisión de la orientación, la velocidad y la posición obtenidas a partir de la unidad de medida inercial depende en gran medida de la calidad de las medidas obtenidas a partir de los sensores. Como ya se ha explicado, muchas de las mediciones son incrementales.

Por ejemplo, el giróscopo nos da la velocidad con la que gira un eje, por lo que para obtener el ángulo de giro total necesitamos integrar todos los valores medidos en un determinado intervalo de tiempo. Lo mismo ocurre para la velocidad y la posición, que se obtienen a partir de la integración de la aceleración y la velocidad respectivamente. Esto quiere decir que cualquier error de medida en un instante dado se irá acumulando para instantes posteriores, lo cual hace que la calidad de las medidas debe ser lo mejor posible.

Además, el offset y la ganancia de los sensores utilizados en este proyecto pueden variar mucho y por lo tanto la mejor manera para obtener unos datos fiables es realizar una calibración de los mismos.

3.2.1. Calibración del acelerómetro

En primer lugar empezamos por la calibración del acelerómetro. Para calibrar el acelerómetro lo hacemos por partes, calibrando un eje cada vez.

Empezamos con la calibración del offset. Una forma de realizar esta calibración sería tomar la lectura del acelerómetro al colocar el eje perpendicular a la gravedad. En nuestro caso no utilizamos este método porque con el diseño basado en una protoboard es muy difícil realizar este ajuste con precisión.

El método utilizado es buscar para cada eje el valor máximo cuando su sentido es paralelo a la gravedad en sentido hacia arriba (giramos el sensor para obtener el máximo valor posible) y su valor mínimo cuando su sentido es hacia abajo (igualmente giramos el sensor para obtener el menor valor posible). Tenemos que tener en cuenta que en el momento de la calibración puede que el sensor esté en movimiento y por lo tanto los valores obtenidos no se corresponden solamente con la gravedad.

Una vez obtenidos los valores máximo (max_i) y mínimo (min_i) para este eje, el valor del sensor que nos da una aceleración nula en este eje será el valor medio del máximo y el mínimo, o lo que es lo mismo, este será nuestra compensación de cero.

Este método utilizado para la compensación de cero solamente es válido si el sensor tiene una respuesta lineal. En nuestro caso asumimos que es así, ya que el acelerómetro utilizado presenta un valor de no linealidad del $\pm 0,5\%$.

Para la compensación de ganancia se utiliza el valor medio del módulo del vector aceleración ($\overline{\text{mod}(a)}$) obtenido mediante una calibración automática. Esta calibración automática consiste en dejar en reposo el dispositivo durante los primeros 5 segundos, durante los cuales el acelerómetro sólo mida la gravedad (g). Esta calibración no puede ser usada para hacer la compensación de cero del sensor porque en estado de reposo el sensor mide una aceleración g , y al no saber la orientación inicial del sensor no podemos saber la descomposición de esa aceleración en los tres ejes.

El valor de la aceleración para este eje medido en m/s^2 es:

$$a_i = \left(m_i - \frac{\max_i + \min_i}{2} \right) \cdot \frac{g}{\text{mod}(a)}$$

siendo m_i la medida del eje i , \max_i el valor máximo medido en el eje i , \min_i el valor mínimo medido en el eje i y g la aceleración de la gravedad ($9,8 \text{ m/s}^2$).

3.2.2. Calibración del giróscopo

Para la calibración del giróscopo sí podemos utilizar la calibración automática en cuanto a la compensación de cero se refiere, ya que cuando el sensor está en reposo los tres ejes del giróscopo deberían dar una medida nula. Por lo tanto la calibración de cero será el valor medio de cada eje medido durante esos 5 primeros segundos.

Para la compensación de ganancia no se puede utilizar esta autocalibración de 5 segundos ya que el valor tiene que ser cero. Por lo tanto utilizamos el valor de la sensibilidad proporcionado por el fabricante. Otra manera de calibrar la ganancia del giróscopo sería hacer girar el sensor en cada uno de sus ejes a una velocidad constante, pero esto requiere de una instrumentación que se escapa del alcance de este proyecto.

3.2.3. Calibración del magnetómetro

Para la calibración del magnetómetro se utiliza un procedimiento similar al del acelerómetro, es decir, para cada uno de los ejes buscamos los valores máximos y mínimos y así obtenemos la compensación de cero. El magnetómetro utilizado presenta una no linealidad de $\pm 0,1\%$, por lo tanto también podemos asumir que es lineal.

En este caso para la compensación de ganancia utilizamos la sensibilidad proporcionada por las especificaciones. Podemos permitirnos errores en la magnitud de la medida del campo magnético puesto que lo único que nos importa es la dirección (en el acelerómetro sí necesitamos medir bien la magnitud de la aceleración porque la necesitamos para obtener la velocidad y la posición).

Capítulo 4

Pruebas experimentales

En este capítulo vamos a explicar el trabajo experimental realizado, donde ponemos en práctica todo lo explicado en los capítulos anteriores para detectar los problemas que se presentan e intentar encontrar soluciones a los mismos. Realizaremos tres pruebas: la primera de ellas será calcular la orientación del dispositivo, la segunda seguir la trayectoria de un coche, y por último hallar la velocidad y la posición calculadas cuando el dispositivo está en reposo.

4.1. Orientación del dispositivo en tiempo real

El primer experimento a realizar es obtener la orientación del dispositivo en tiempo real. Para ello se conecta el dispositivo mediante el cable mini-USB al ordenador y mediante Matlab ejecutamos el código que hemos desarrollado para este experimento, que está disponible en el Anexo II. Este código primero realiza una autocalibración durante los primeros 5 segundos, y a continuación presenta una gráfica en tres dimensiones de los tres ejes del dispositivo.

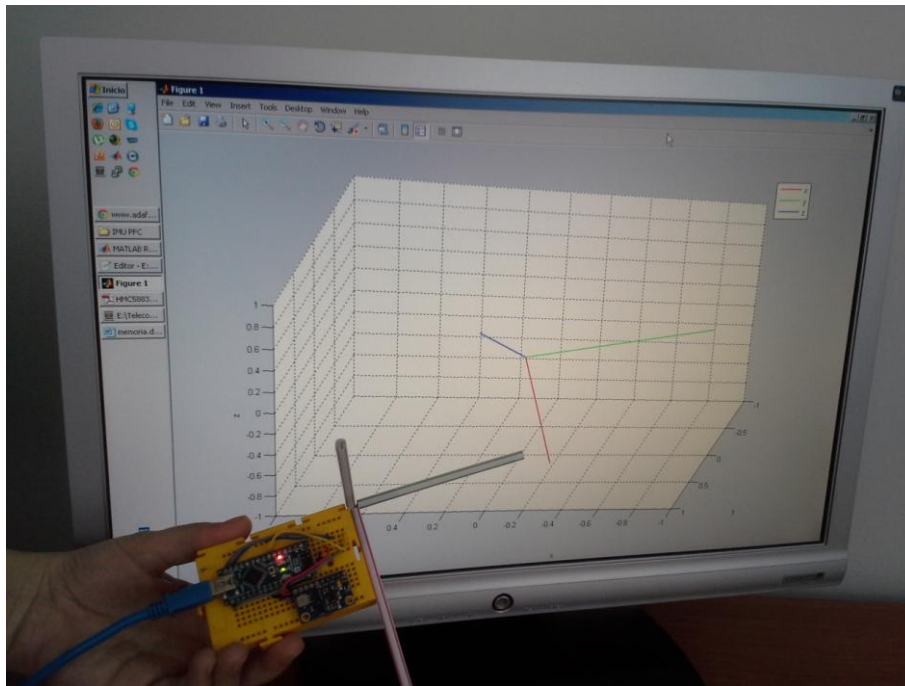


Fig. 39: Orientación del dispositivo en tiempo real

La complejidad que presenta este software es que tiene que ser muy eficiente, ya que en el tiempo que el Arduino hace las lecturas y las escribe en el puerto serie, el código tiene que ser capaz de hallar la orientación y representarla gráficamente.

El software simplemente utiliza la información del apartado 2.1 para hallar la orientación. Primero calcula la orientación a partir del acelerómetro y el magnetómetro, y la rotación a partir del giróscopo. Luego utiliza el filtro de Kalman extendido para hallar la orientación resultante.

En el apartado 2.1.4.5.3 de este proyecto en el que explicamos la aplicación del filtro de Kalman extendido al cálculo de la orientación dimos dos variantes. Una de ellas era utilizar la varianza del error del acelerómetro como un valor fijo, y la otra era hacer que este valor variara dependiendo del módulo de la aceleración medida, haciendo que el error fuera mayor cuanto más se alejaba la aceleración del valor de la gravedad. En ese apartado vimos que para el cálculo de un ángulo de giro se obtenían mejores resultados utilizando un valor fijo para el error. Sin embargo, con este experimento pudimos comprobar que para el cálculo de la orientación se obtienen mejores resultados con la segunda aproximación, es decir, haciendo que el error dependa del módulo de la gravedad. De esta manera se observa que la orientación resultante presenta menos vibraciones, porque cuando se detecta una vibración se confía más en el giróscopo que en el acelerómetro. Además, cuando movemos bruscamente el dispositivo sin modificar su orientación, la orientación calculada es mucho más estable, gracias a que dejamos de confiar en el acelerómetro cuando la medida que este nos ofrece dista mucho de ser solamente la gravedad.

4.2. Posición y velocidad de un vehículo

El segundo experimento realizado es para obtener la velocidad y la posición del dispositivo. Este experimento consiste en colocar el dispositivo en un coche y circular con él en una trayectoria circular, es decir, terminando en el mismo lugar de origen. El dispositivo tiene que estar unido solidariamente al coche

Para este experimento no podemos tener el dispositivo conectado al ordenador, por lo que pasamos a la otra configuración realizada, que es alimentar el dispositivo con una pila y almacenar las lecturas en una tarjeta microSD. Luego estas lecturas serán utilizadas por el software que hemos desarrollado en Matlab para obtener la velocidad y la posición, cuyo código se presenta en el Anexo III, que se basa en el procedimiento explicado en el apartado 2.2.

La razón de elegir una trayectoria circular es para poder compararla mejor con la trayectoria calculada con el algoritmo.

La trayectoria realizada fue rodear una manzana de edificios:

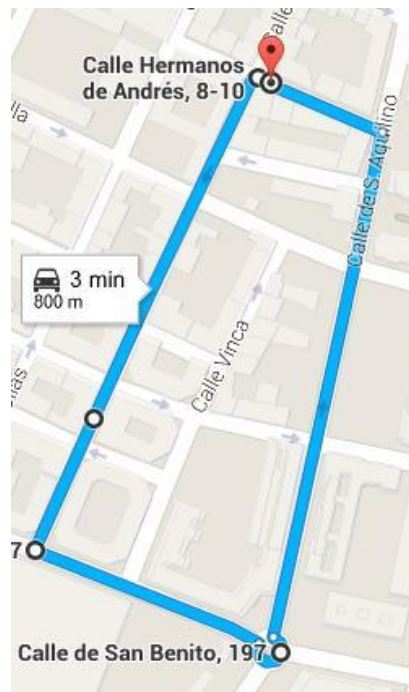


Fig. 40: Trayectoria real

La estimación de esta trayectoria calculada a través de nuestro algoritmo es la siguiente:

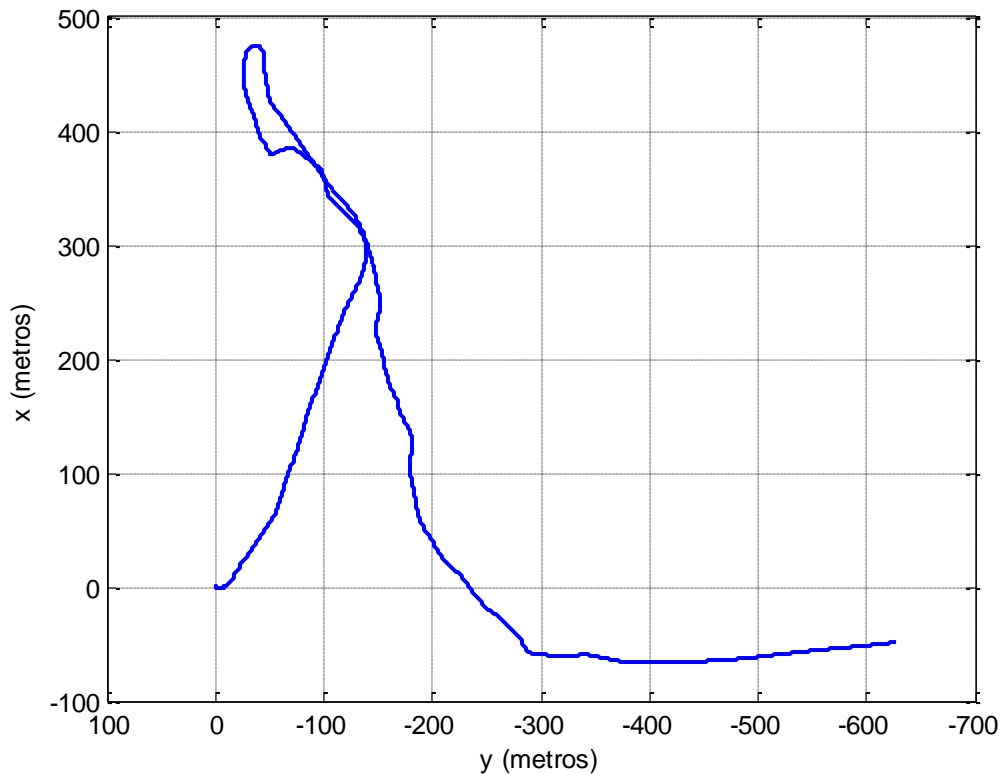


Fig. 41: Trayectoria del dispositivo en el plano X-Y

Aunque la trayectoria calculada es en tres dimensiones, solamente representamos los valores en el plano de la Tierra para una mejor visualización.

Como se puede observar, la trayectoria calculada no se parece en nada a la trayectoria real, por lo tanto vamos a analizar los resultados para poder identificar las causas. Lo primero que hacemos en el cálculo de la trayectoria es obtener la orientación, como se puede observar en la figura 5, por lo tanto empezaremos poniendo el foco en la orientación.



Fig. 42: Dirección de desplazamiento de un coche

Hemos dicho que el dispositivo va fijado al coche, por lo que la orientación del dispositivo tiene que ser igual a la orientación del coche. Como el coche siempre se desplaza en la misma dirección (figura 42), podemos forzar en nuestro algoritmo que el dispositivo tenga una velocidad constante en esta dirección y de esta manera obtener la trayectoria:

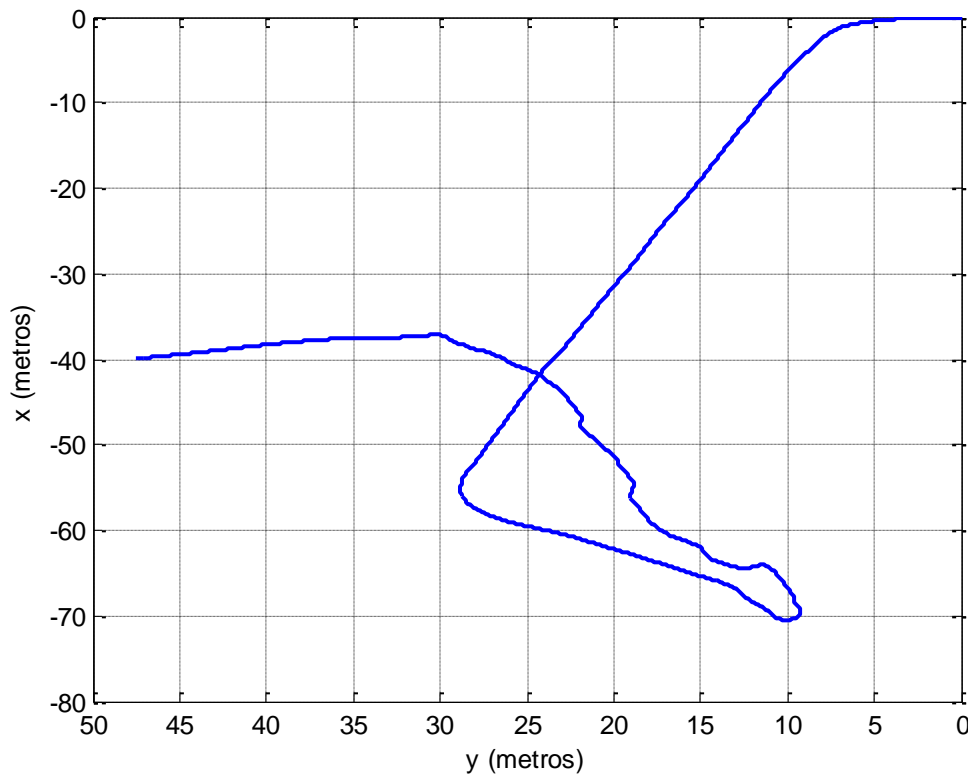


Fig. 43: Trayectoria del dispositivo suponiendo velocidad constante

En este caso vemos cómo la trayectoria tiene la misma forma que la real excepto por el tramo de calle después de la rotonda (figura 40). Por lo tanto podemos decir que la orientación obtenida es de gran precisión salvo por este tramo. Vamos a dar una explicación a esta anomalía. Para ello nos vamos a quedar respectivamente con cada una de las componentes de la orientación para poder ver en cual de ellas está el problema.

Como ya se ha explicado, la orientación se calcula mediante una combinación de la orientación obtenida a partir del acelerómetro y el magnetómetro y de la orientación obtenida a partir del giroscopo. En la siguiente gráfica se muestra la trayectoria con velocidad fija y orientación calculada solamente a partir del giroscopo:

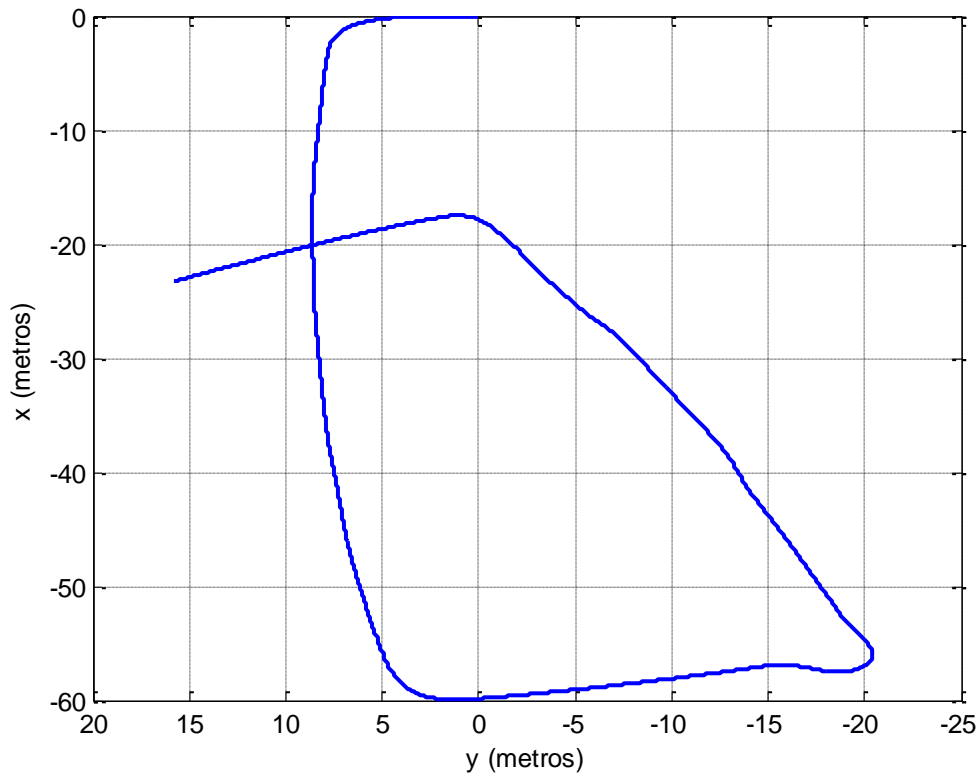


Fig. 44: Trayectoria del dispositivo suponiendo velocidad constante y orientación a partir del giróscopo

En este caso se puede observar que la trayectoria es muy similar a la real (figura 40), salvo por el problema conocido de la deriva en el tiempo del giróscopo. El efecto que provoca esta deriva en la orientación ya se reduce al aplicar el filtro de Kalman, por lo que esta orientación es la que esperábamos.

A continuación mostramos la gráfica de la trayectoria con velocidad fija y orientación calculada solamente a partir del acelerómetro y el magnetómetro:

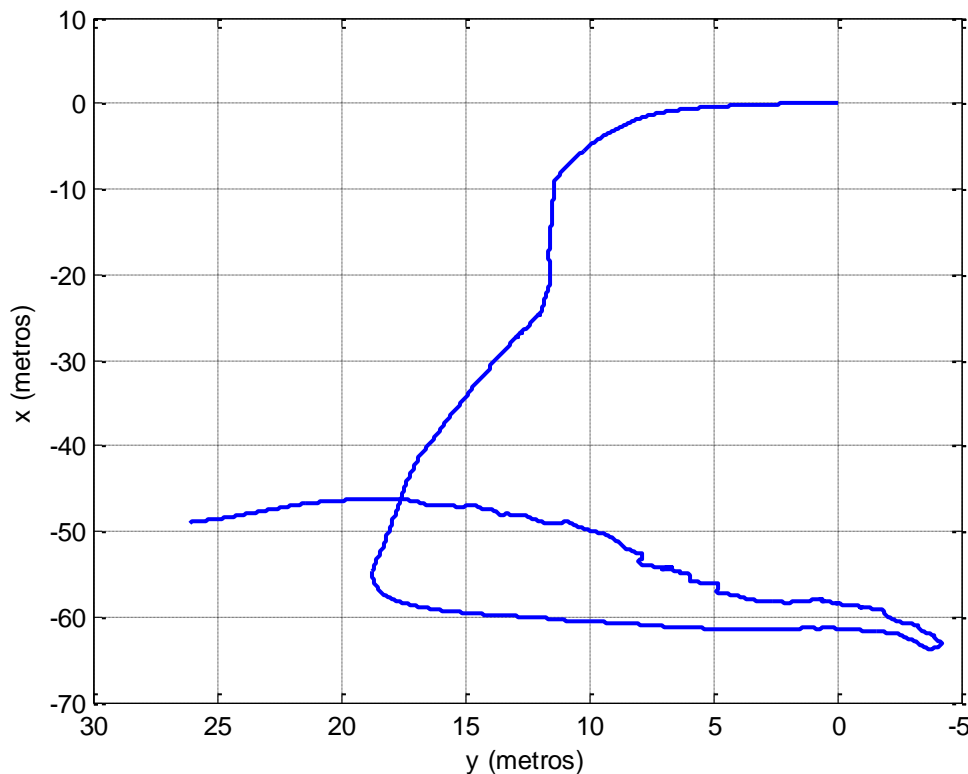


Fig. 45: Trayectoria del dispositivo suponiendo velocidad constante y orientación a partir del acelerómetro y el magnetómetro

En este caso obtenemos una trayectoria muy parecida a la obtenida con la orientación total (figura 43), por lo que claramente la orientación obtenida a partir del acelerómetro y el magnetómetro es la causante de la anomalía en ese tramo de la trayectoria. Esta orientación depende de dos sensores, el acelerómetro y el magnetómetro. Con el acelerómetro obtenemos la dirección de la gravedad y con el magnetómetro obtenemos la dirección del norte magnético. Es la dirección del norte magnético la que nos da los cambios de dirección en la superficie terrestre, por lo que podemos concluir que el responsable del mal comportamiento en ese tramo de la trayectoria es el magnetómetro.

En el apartado 1.2 de este proyecto se indicó que el principal problema de los magnetómetros es su incapacidad para detectar el campo magnético terrestre en ciertos entornos, ya sea por la presencia de otras fuentes de campo magnético o por la ausencia de medida al estar el campo magnético apantallado por algunos materiales. En este experimento es muy probable que en ese tramo de la trayectoria exista una fuente de campo magnético que altere nuestra medida, ya que este mismo experimento se realizó en varias ocasiones y siempre se detectaba la anomalía en ese tramo. Las fuentes del campo magnético son múltiples: tendido eléctrico, subestaciones eléctricas, maquinaria, etc.

Ya tenemos una explicación para el mal comportamiento del sistema en el tramo de calle que va después de la rotonda, pero en los demás tramos la orientación obtenida es bastante precisa. Pero en los tramos en los que la orientación es buena seguimos teniendo un mal comportamiento del dispositivo, por lo que probablemente el error sea debido a la velocidad calculada. Para intentar ver el problema veamos algunas gráficas:

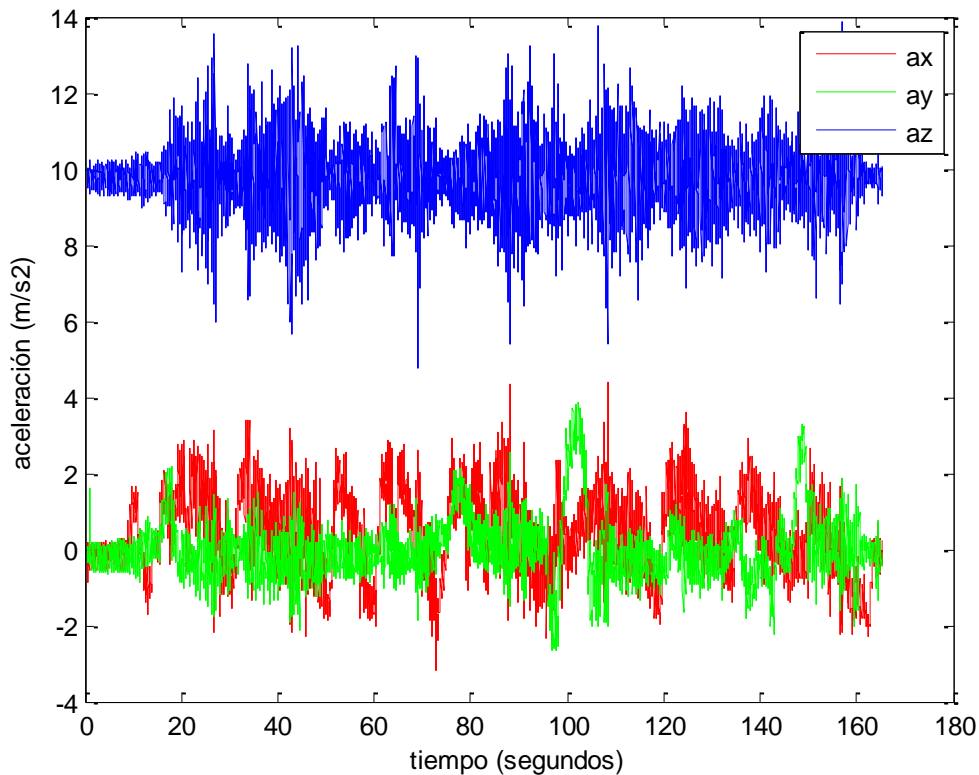


Fig. 46: Aceleración medida por el acelerómetro

En esta gráfica podemos ver la aceleración medida en cada uno de los ejes del acelerómetro. Aquí se puede comprobar que su eje Z' estaba alineado con el eje Z del sistema de referencia, ya que la gravedad está prácticamente en su totalidad sobre este eje (su valor está en torno a los $9,8 \text{ m/s}^2$). También podemos ver que la señal es muy ruidosa.

A continuación veamos otra gráfica con la aceleración lineal obtenida al restarle a esta aceleración la gravedad y la aceleración angular:

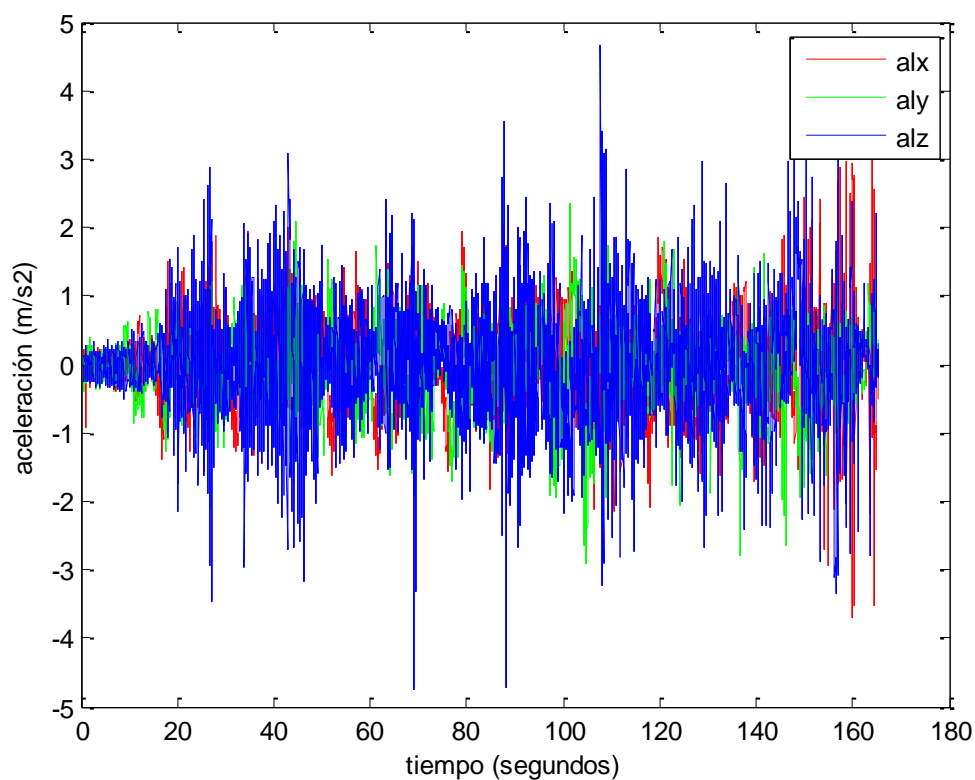


Fig. 47: Aceleración lineal

En esta gráfica también se puede ver que el gran ruido presente en las medidas del acelerómetro permanece todavía. Veamos el módulo de la aceleración lineal:

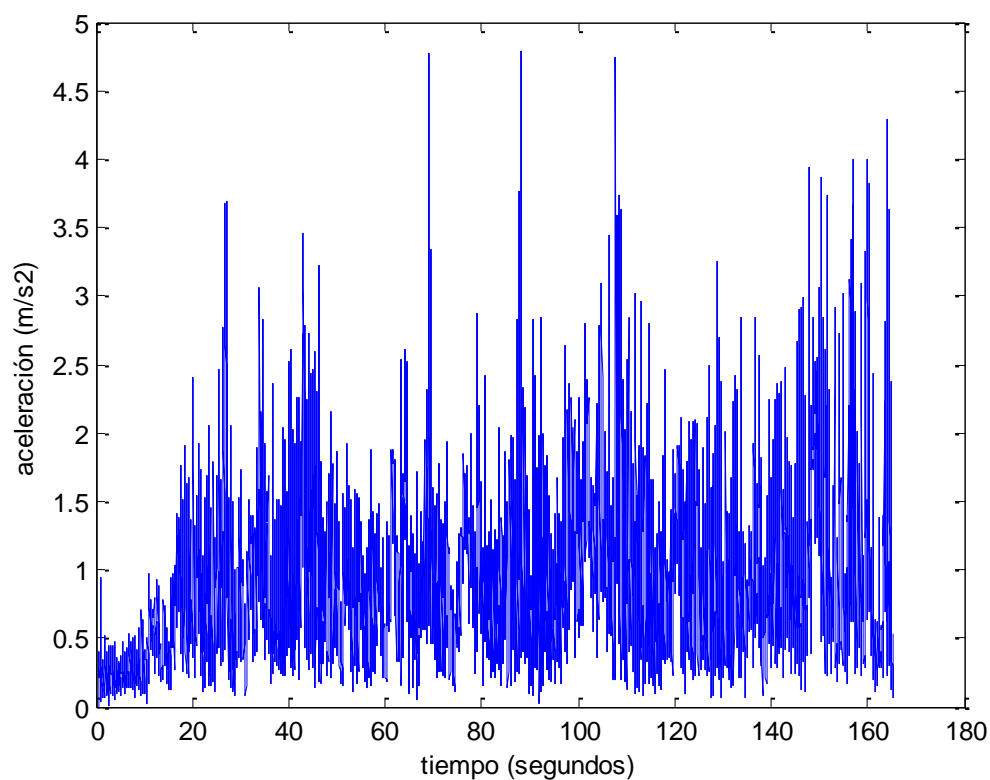


Fig. 48: Módulo de la aceleración lineal

Como se puede observar, tenemos picos de aceleración de hasta casi 5 m/s^2 , Veamos si este es un valor pequeño o grande. Unos de los coches que más aceleración tienen son los Fórmula 1, los cuales aceleran de 0 a 100 km/h en poco más de 2 segundos, lo que nos da una aceleración en torno a los 13 m/s^2 . Por lo tanto podemos decir que en un paseo con un coche por ciudad una aceleración de 5 m/s^2 es demasiado alta. Sin embargo esto tiene una justificación, y es que estos picos de aceleración no son debidos a cambios de velocidad del coche, sino que son debidos a vibraciones del mismo. Estas vibraciones son muy problemáticas, ya que no producen ningún desplazamiento real del dispositivo, sin embargo sí van a contar como tal en nuestro algoritmo.

Partiendo de una aceleración errónea, la velocidad que hallaremos sin duda también será errónea, pero veámosla en una gráfica:

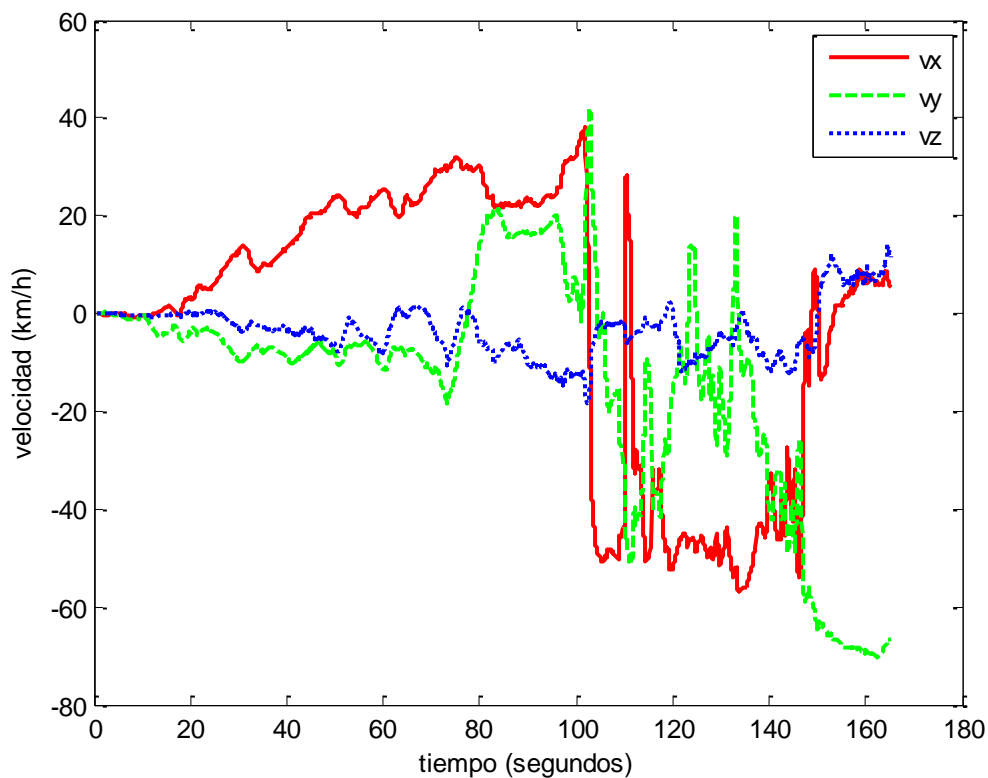


Fig. 49: Velocidad

En esta gráfica vemos cómo se reparte la velocidad en cada uno de los ejes, pero es más ilustrativo ver el valor del módulo de la velocidad:

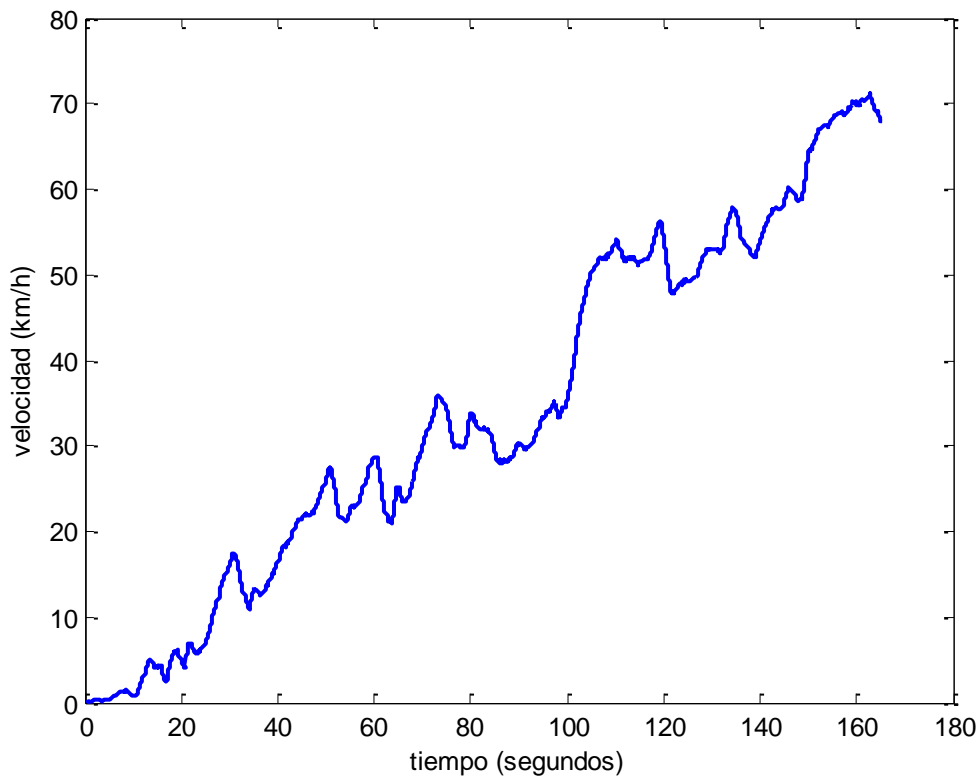


Fig. 50: Módulo de la velocidad

En esta gráfica se puede ver que la tendencia de la velocidad siempre es ascendente, llegando a alcanzar una velocidad de unos 70 km/h. Para un coche circulando por ciudad, esta gráfica debería partir de cero, subir su valor y bajar de vez en cuando a cero otra vez, que es cuando el vehículo se detiene por culpa de cruces, pasos de peatones o semáforos. Para tener una gráfica así, la aceleración lineal debería ser siempre muy próxima a cero (sobre todo para coches de gama media dentro de ciudad).

Estos resultados pueden ser debidos a una mala calibración, o a una variación del offset y la ganancia de los sensores debido al cambio de temperatura. Es decir, los sensores se calibraron con unas condiciones de temperatura, pero al llevar el dispositivo al coche estas condiciones cambiaron, por lo que los valores obtenidos en la calibración ya no son precisos en este nuevo entorno.

Además de estos errores en la calibración, cada uno de los sensores presenta unos problemas que se han hecho patentes en este experimento. Hemos visto que el giróscopo presenta una deriva que no lo hace apto para su uso en solitario para calcular la orientación. El magnetómetro tiene un problema muy importante, y es que es muy sensible a interferencias magnéticas, haciendo que la orientación obtenida cuando estas interferencias están presentes no se corresponda con la realidad. Por

último, la sensibilidad del acelerómetro a las vibraciones imposibilita el cálculo de la velocidad y la posición.

4.3. Posición y velocidad de un objeto en reposo

En el experimento anterior en el que colocamos nuestra IMU en un vehículo e intentamos hacer un seguimiento de su trayectoria, los resultados no son buenos. El principal motivo por el que creemos que estos resultados no son buenos es debido a la sensibilidad que presenta el acelerómetro a las vibraciones. Para comprobar esto vamos a repetir el experimento anterior pero dejando el dispositivo en reposo. De esta manera la gráfica de la posición debería ser un punto, y las de la aceleración y la velocidad rectas horizontales sobre el valor cero.

Veamos pues la gráfica de la posición que obtenemos:

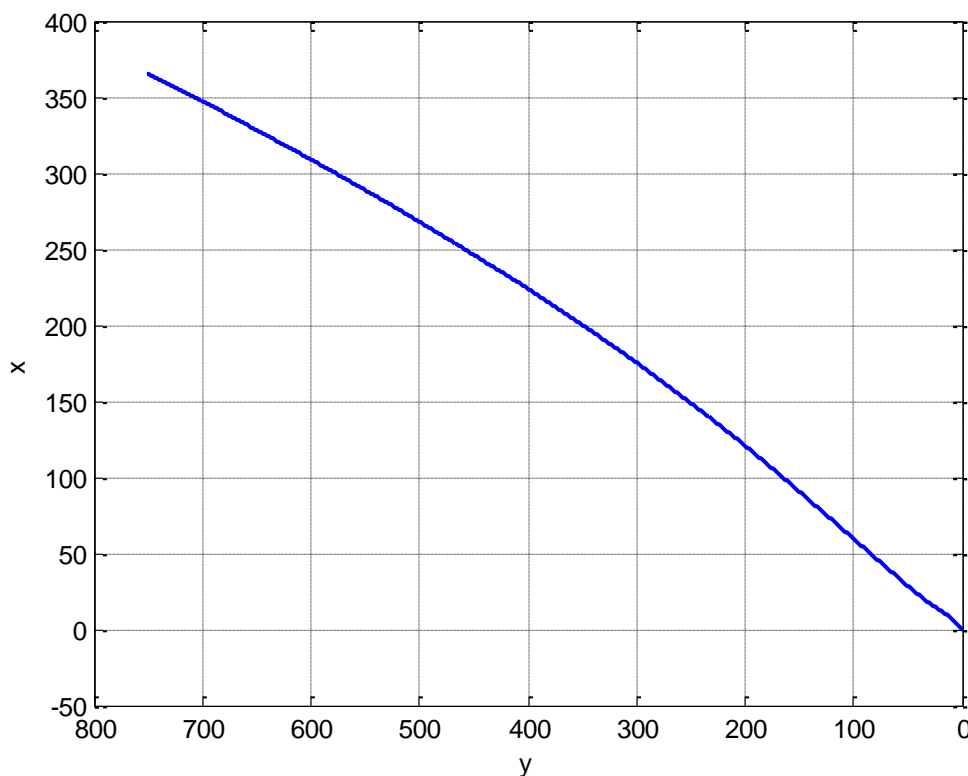


Fig. 51: Trayectoria del dispositivo en reposo

Como vemos aunque la trayectoria debería ser un punto, calculamos que el dispositivo se mueve unos 800 metros en 10 minutos sólo en el plano X-Y.

4.3. Posición y velocidad de un objeto en reposo

Veamos la aceleración:

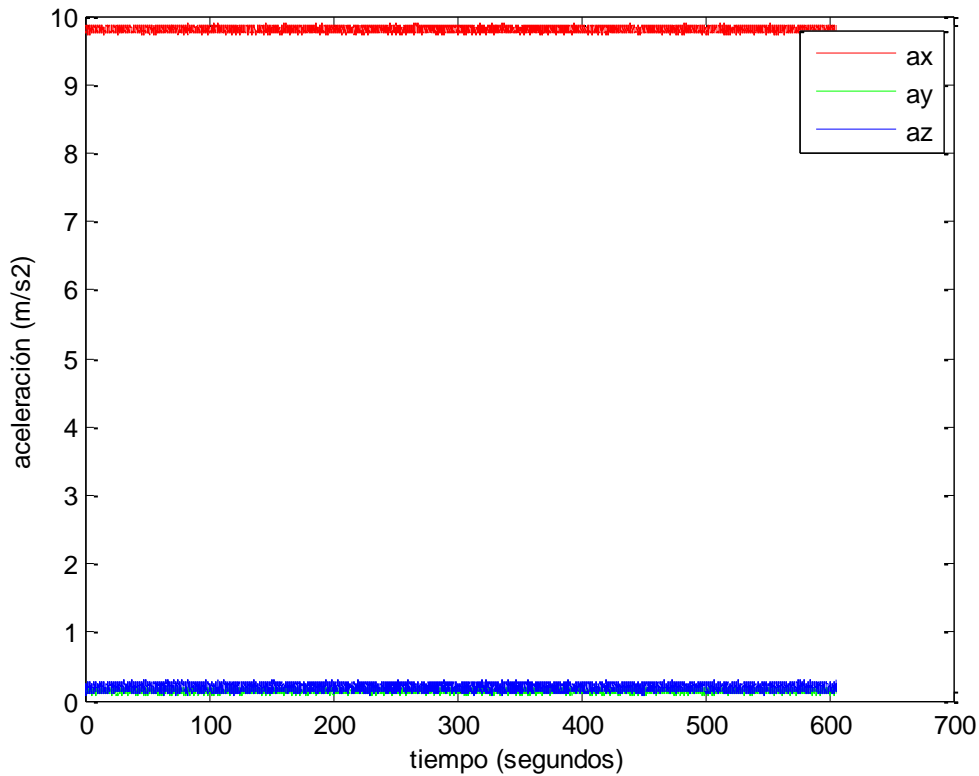


Fig. 52: Aceleración medida por el acelerómetro en reposo

En este caso es el eje X' el que coincide con el eje Z de referencia. Además vemos cómo el ruido de la aceleración medida en este caso es mucho menor. Esto es debido a que como el dispositivo está en reposo, no hay ninguna vibración presente en las medidas.

A partir de esta aceleración hallamos la aceleración lineal:

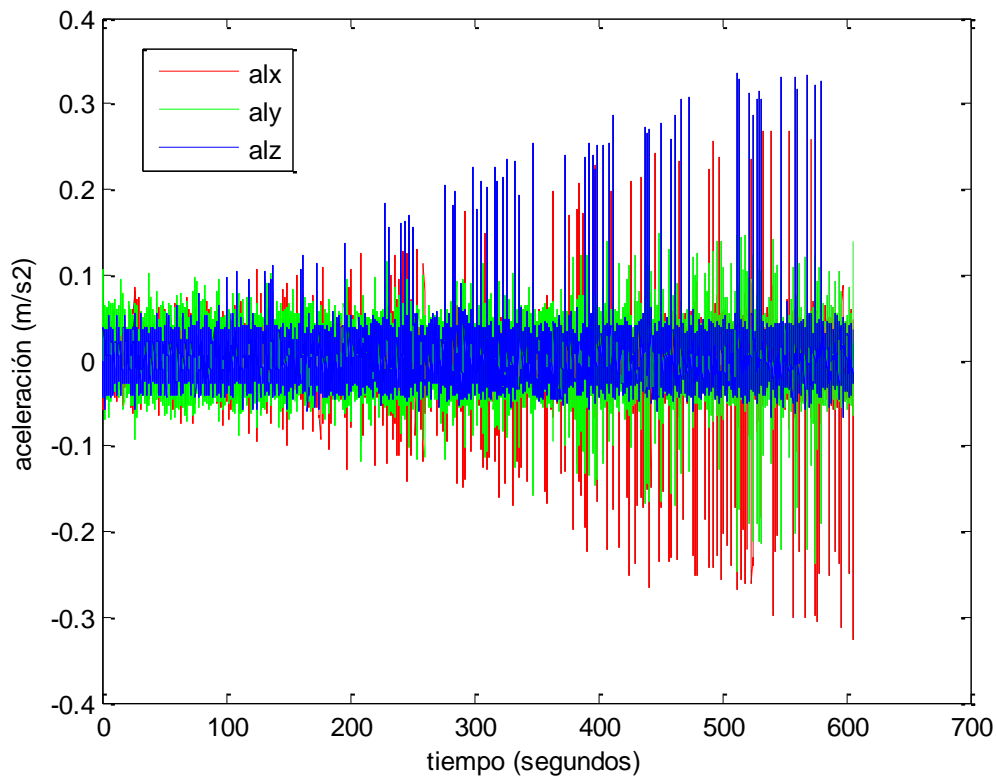


Fig. 53: Aceleración lineal con el dispositivo en reposo

En esta gráfica también se puede ver que el ruido es mucho menor, pero también se puede detectar un comportamiento extraño a medida que avanza el tiempo, y es que aparecen unos picos en la aceleración lineal cada vez más altos. Intentaremos explicar este fenómeno más adelante. A continuación mostramos el módulo de esta aceleración:

4.3. Posición y velocidad de un objeto en reposo

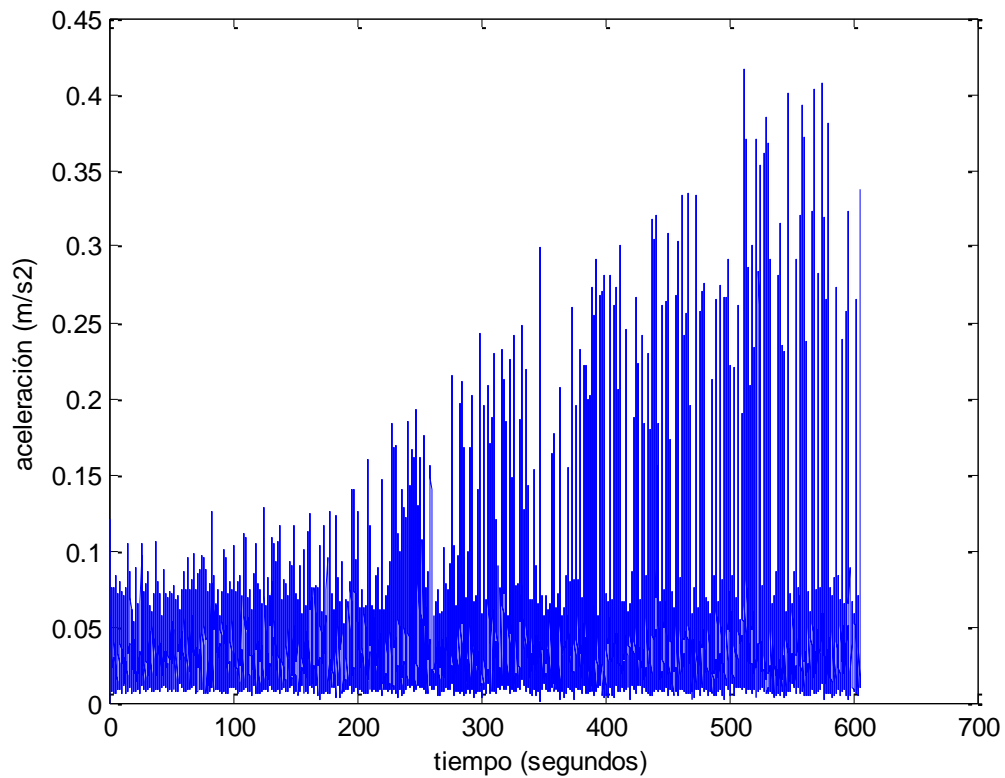


Fig. 54: Módulo de la aceleración lineal con el dispositivo en reposo

Aquí vemos que el módulo de la aceleración es mucho menor, y también que los picos presentes en la gráfica anterior también aparecen en esta. Por último veamos las gráficas de la velocidad:

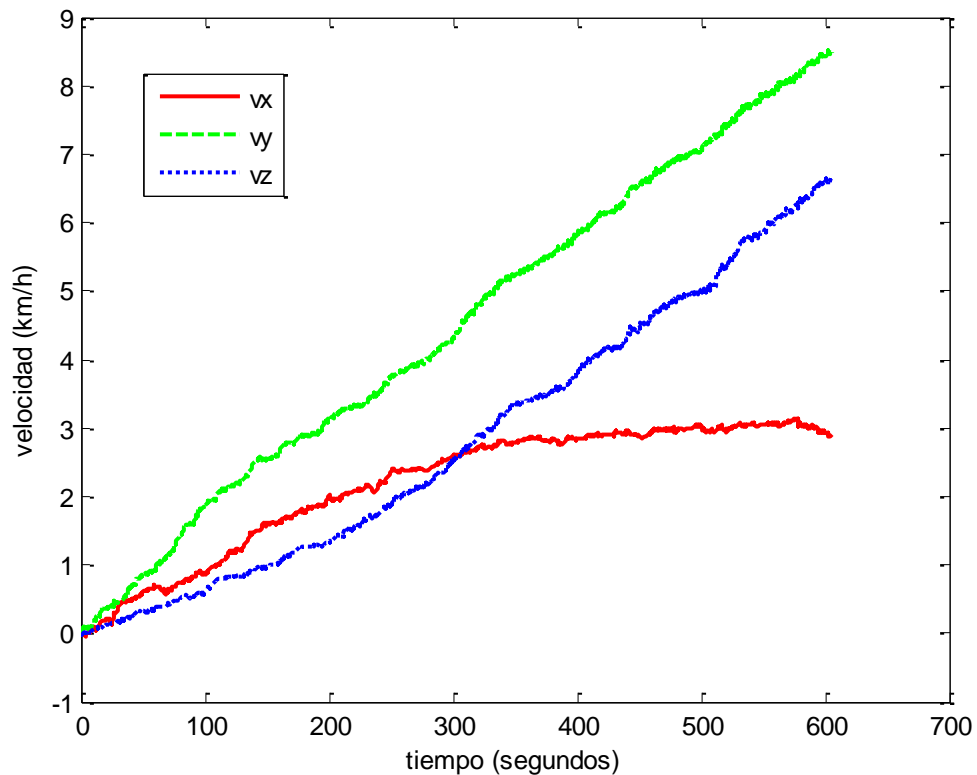


Fig. 55: Velocidad con el dispositivo en reposo

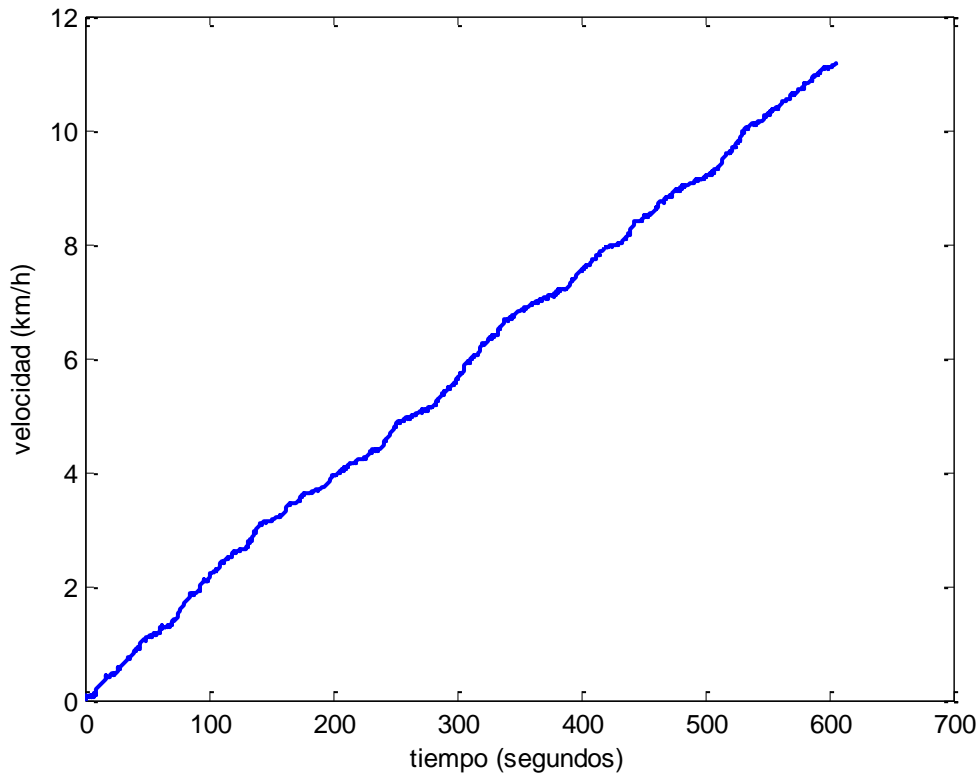


Fig. 56: Módulo de la velocidad con el dispositivo en reposo

En este caso también vemos claramente cómo la velocidad tiene una tendencia ascendente en todo momento, a pesar de que el dispositivo está en reposo.

Como ya hemos explicado con anterioridad, para el movimiento de cualquier objeto la aceleración tiene que cancelarse en todo momento. Es decir, si hay una aceleración en una dirección, en un momento determinado tiene que haber una aceleración en sentido opuesto para cancelar la primera, de tal manera que la velocidad del objeto queda dentro de unos valores. En este caso, vemos que la velocidad crece indefinidamente, aunque con valores pequeños (en este caso no llegamos a los 12 km/h en los 10 minutos de la prueba). Esto es debido a que debido a que el ruido puede introducir una aceleración en una dirección que nunca sea compensada en sentido contrario, con lo que al final el objeto presentará una velocidad que realmente no tiene.

Por otra parte, suponemos que el ruido que presenta el acelerómetro es ruido blanco, por lo que estas aceleraciones introducidas por el ruido se provocarían en todas direcciones y al final se cancelarían unas a otras. Sin embargo en la figura 55 vemos que esto no es así, ya que las velocidades en todos los ejes aumentan, cuando lo que deberíamos tener es un ruido en torno al valor cero. Por lo tanto otra posible causa es que el acelerómetro no esté correctamente calibrado. Esto era de esperar, ya que la calibración se hizo de manera manual. Aunque esta calibración es lo

suficientemente buena para obtener la orientación, no lo es para hallar la velocidad y la posición del dispositivo, porque, como ya hemos explicado, cualquier error en la aceleración se irá acumulando con errores posteriores y hará que el resultado se degrade con el tiempo.

Aún nos falta por explicar los picos que aparecen en la aceleración lineal (figuras 53 y 54) a medida que avanza el tiempo. Estos picos aparecen en la aceleración lineal, sin embargo no aparecen en la aceleración medida con el acelerómetro (figura 52). La aceleración lineal se obtiene restándole a la aceleración total la gravedad y la aceleración angular. El responsable de estos picos es justamente la aceleración angular, mejor dicho, el cálculo que hacemos de la aceleración angular. Como ya dijimos, la aceleración angular se calcula como el producto vectorial de la velocidad angular y de la velocidad lineal. La velocidad angular debería ser cero, puesto que el dispositivo está en reposo, pero cuando un pequeño ruido aparezca en el giróscopo, al multiplicarlo por la velocidad lineal obtendremos un valor significativo, el cual será mayor a medida que avanza el tiempo porque la velocidad lineal, como hemos visto, va aumentando con el tiempo.

Así, si eliminamos de nuestros cálculos la aceleración angular, los valores para la aceleración lineal son:

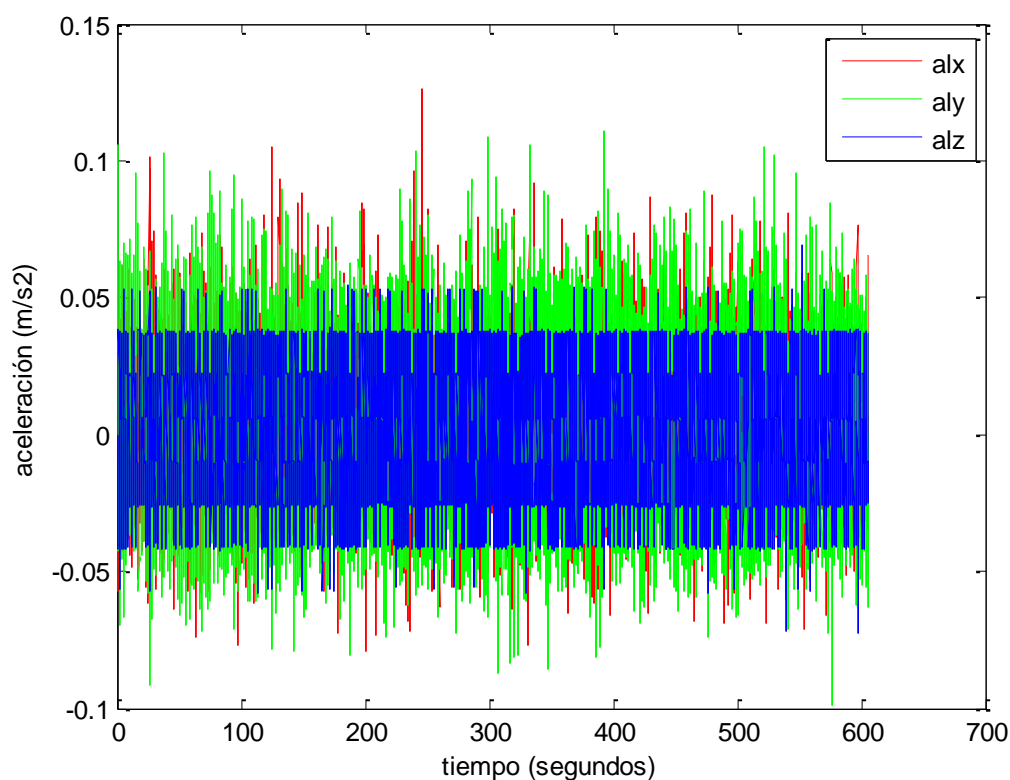


Fig. 57: Aceleración lineal con el dispositivo en reposo y sin tener en cuenta la aceleración angular

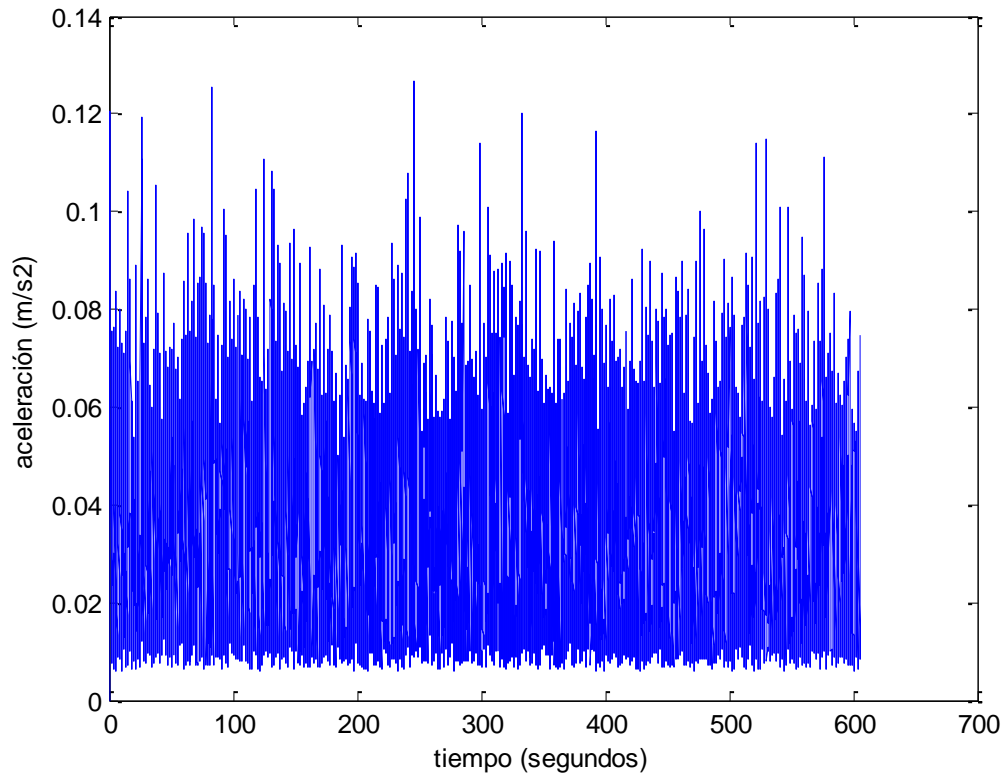


Fig. 58: Módulo de la aceleración lineal con el dispositivo en reposo y sin tener en cuenta la aceleración angular

Se puede observar que los picos desaparecen. Sin embargo, esto no mejora la obtención de la velocidad y la posición del dispositivo.

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras

5.1. Conclusiones

El objetivo de este proyecto fin de carrera era desarrollar un dispositivo IMU capaz de obtener la orientación, velocidad y posición de un objeto, y estudiar la problemática asociada a ello.

Antes de empezar a calcular valores debemos calibrar los sensores. En las hojas de características de los mismos podíamos ver que los valores de sensibilidad, offset, etc., tenían mucha variabilidad, y además se pueden ver muy afectados por la temperatura. Esto hace que una calibración sea esencial. Sin embargo, la calibración de estos sensores no es tarea fácil, ya que hay que calibrar medidas como la aceleración, el campo magnético y la velocidad de giro ($^{\circ}/s$). Como hemos dicho, estos parámetros son muy difíciles de calibrar sin unos equipos de calibración adecuados. La calibración que hicimos fue manual y en algunas ocasiones confiando en los valores proporcionados por las hojas de especificaciones. Esta mala calibración será uno de los problemas principales que nos encontramos en el desarrollo del proyecto, porque el sistema bajo estudio es muy sensible a pequeños errores. Esto es así porque el sistema es incremental, es decir, tanto la velocidad como la posición se calcula en base a

valores anteriores, y por lo tanto cualquier error cometido en un instante se propagará a los instantes posteriores y se irá sumando a otros posibles errores.

Después de la calibración acometemos el cálculo de la orientación del dispositivo. El primer problema que esto plantea es la manera de representar la orientación. Existen varias maneras de representar una orientación en tres dimensiones: ángulos de Euler, matrices de orientación y cuaterniones. Para todas ellas hay que ser muy estrictos en el orden en el que se aplican las orientaciones e identificar de manera correcta cada uno de los ejes.

Una vez que tenemos clara la forma de representar las orientaciones, damos paso al cálculo de la misma. En este punto obtenemos una orientación a partir del acelerómetro y el magnetómetro y otra orientación a partir del giróscopo. A continuación hay que hallar una manera de combinar estas dos orientaciones para obtener una orientación resultante mejor.

El método elegido para combinar las orientaciones debe eliminar los defectos de cada una de ellas y quedarse con sus virtudes. La orientación obtenida a partir del acelerómetro y del magnetómetro es muy estable a largo plazo, ya que en cada momento se halla la orientación absoluta, es decir, sin depender de estados anteriores. Sin embargo, esta orientación es muy sensible a vibraciones, lo que hace que presente un error de alta frecuencia. Además, esta orientación deja de ser fiable cuando el dispositivo se está moviendo con grandes aceleraciones, puesto que su cálculo se basa en que toda la aceleración medida por el acelerómetro es debida a la gravedad.

Por el contrario, las características de la orientación obtenida a partir del giróscopo son totalmente opuestas. El giróscopo tiene muy bajo ruido, lo que hace que sea muy fiable a corto plazo. El problema que presenta es que solamente puede hallar la rotación en el intervalo de tiempo de medida, por lo que para hallar la orientación final necesita de la orientación en el instante anterior. Esto hace que cualquier error cometido se propague en el tiempo, y por lo tanto esta orientación no es fiable a largo plazo.

Utilizamos tres maneras de combinar las orientaciones: hallar el valor medio de las dos, un filtro complementario y un filtro de Kalman. El primer método era simplemente un método preliminar para ver el comportamiento. Este método nos sirvió para decantarnos por el uso de los cuaterniones para representar las orientaciones, ya que es el único que permite hallar el promedio de varias orientaciones de una manera sencilla. Los resultados de este método no son satisfactorios, ya que seguimos teniendo el error de alta frecuencia del acelerómetro.

Esto era esperado porque este método no responde a ningún diseño inteligente para eliminar las vibraciones del acelerómetro y la deriva del giróscopo.

A continuación aplicamos un filtro complementario, que no es más que la combinación de un filtro paso bajo para la orientación del acelerómetro y el magnetómetro, y de un filtro paso alto para la orientación del giróscopo. En realidad se utilizó una aproximación de este método, ya que la aplicación del original introduciría un retardo y no lo haría viable para su uso en sistemas que necesiten una respuesta muy rápida. Además, este filtro tampoco consiguió combinar de manera aceptable las dos orientaciones.

Por último utilizamos el filtro de Kalman, que es un algoritmo que posibilita la estimación del estado no medible de un sistema dinámico a partir de mediciones ruidosas. La aplicación de este filtro sí consiguió eliminar el ruido inherente al acelerómetro y la deriva del giróscopo, obteniendo una orientación con una precisión bastante buena.

Los resultados obtenidos en el experimento de hallar la orientación en tiempo real del dispositivo confirman que el filtro de Kalman es la mejor solución de las expuestas, y además su algoritmo es lo suficientemente eficiente para obtener un tiempo de respuesta bajo.

El siguiente paso después de obtener la orientación es calcular la velocidad y la posición del dispositivo. Para ello realizamos dos experimentos, seguir la trayectoria de un coche y mantener el dispositivo en reposo. En el primero de ellos pudimos observar que cuando el magnetómetro está bajo la acción de una fuente externa de campo magnético, la orientación calculada sufre mucho y empeora bastante su desempeño. Además, las vibraciones en el coche introducen un ruido en el sistema que hace muy difícil la obtención de la velocidad y la posición.

Cuando dejamos el dispositivo en reposo solamente nos tenemos que fijar en el acelerómetro, puesto que la orientación en este caso no juega ningún papel. En este caso las vibraciones son mucho menores que en el caso del coche, pero debido a la mala calibración del acelerómetro calculamos un desplazamiento del dispositivo incluso cuando éste está en reposo. Además de a la mala calibración, esto también es debido a que cambios en las condiciones de temperatura hacen que los valores del cero y la ganancia del sensor varíen y por lo tanto la calibración hecha previamente pierde toda su eficacia.

Como conclusión, podemos decir que los sensores utilizados en las IMU presentan unos problemas que hacen que estos dispositivos no sean adecuados para

su uso en seguimientos de trayectoria. El problema que presenta el acelerómetro es que es muy sensible a las vibraciones, lo que hace que su componente de ruido sea tal que haga muy difícil el cálculo de la velocidad y la posición a partir de él. En cuanto al magnetómetro, es muy sensible a las condiciones del entorno, haciéndolo inservible cuando está cerca de una fuente externa de campo magnético. Por último, el problema del giróscopo es que al hacer una medida diferencial, presenta una gran deriva con el tiempo. Además de los problemas inherentes a cada uno de los sensores, la falta de precisión de la calibración de los mismos y la variación de sus características con la temperatura son factores que también influyen en gran medida en el desempeño del dispositivo.

Todo esto ha hecho que la industria desestime el uso de IMU para el seguimiento de trayectoria y haya invertido muchos recursos en la investigación de otros sistemas como la navegación por satélite.

5.2. Líneas futuras

A continuación vamos a detallar algunas maneras de mejorar los resultados, que pueden valer como trabajos futuros:

- Diseñar un método de calibración de los sensores, acelerómetro, magnetómetros y giróscopos, que haga que los valores obtenidos sean más precisos. Como ya hemos dicho uno de los principales problemas con los que nos hemos encontrado ha sido la calibración de los sensores. El sistema bajo estudio es muy sensible a pequeños errores, y además los sensores utilizados son difíciles de calibrar, por lo que un estudio más exhaustivo de la calibración de los mismos haría que los resultados obtenidos mejorasen.
- Estudiar el impacto del ruido de los sensores en el cálculo de la orientación. En el algoritmo de Kalman hay dos variables que representan las covarianzas de los errores de las señales de control y de medida. En nuestro caso estas señales son los cuaterniones de las orientaciones, y utilizamos valores escalares como matrices de covarianza de error. Un estudio más exhaustivo de la relación entre el ruido en los sensores y los cuaterniones de orientación haría que el filtro de Kalman fuera más efectivo y se obtengan mejores resultados.
- Además estas matrices de covarianza de error pueden variar con el tiempo, lo cual se adapta a que el error del acelerómetro varía dependiendo del movimiento del mismo. Así cuando el dispositivo está en movimiento el error presente en la orientación obtenida a partir de él es mayor. Estudiar una

manera de introducir de manera efectiva en el filtro de Kalman este comportamiento haría que el dispositivo fuera más fiable en movimiento.

Capítulo 6

Presupuesto

En este capítulo vamos a calcular de manera aproximada el coste de realización del proyecto. Estos costes constan del coste de personal, material para la implementación del dispositivo y la amortización del equipamiento necesario.

Coste de personal

Concepto	Coste unitario	Cantidad	Importe total
Ing. de Telecomunicación	50 €/h	320 h	16000 €
Coste de personal			16000 €

Coste de material

Concepto	Coste unitario	Cantidad	Importe total
Arduino Nano V3.0	4,80 €	1	4,80 €
GY-80	17,27 €	1	17,27 €
MicroSD card adapter	3,00 €	1	3,00 €
MicroSD card	4,80€	1	4,80 €
Otros			10 €
Coste de componentes			39,87 €

El equipamiento necesario es solamente el de un ordenador personal. Si estimamos un coste de este ordenador personal en 1500 € y una depreciación del mismo de 60 meses, el coste del equipamiento necesario para los 2 meses de duración del proyecto es de 50 €.

Todos los costes detallados anteriormente son con impuestos incluidos, por lo que el coste total es el siguiente:

Coste total

Concepto	Importe
Coste de personal	16000,00 €
Coste de material	39,87 €
Coste de equipamiento	50,00 €
Total	16089,87 €

Bibliografía

A. D. King. *Inertial Navigation – Forty Years of Evolution*. Marconi Electronics Systems
Javier Torres, Brendan O’Flynn, Philip Angove, Frank Murphy, Cian O’Mathuna. *Motion Tracking Algorithms for Inertial Measurement*

Miguel Rivas Gil. *Unidad de medida inercial. Algoritmo de estimación e implementación software*. Universidad de Sevilla. Junio 2006

Gonzalo Marinsek. *Calibración y caracterización estocástica de unidades de medidas inerciales MEMS*. Universidad de Buenos Aires. 2010

Andrés Jaramillo Botero. *Descripciones y Transformaciones Espaciales*. 2005

Leandra Vicci. *Average of Rotations and Orientations in 3-space*. Microelectronic Systems Laboratory. Department of Computer Science. University of North Carolina at Chapel Hill. 2001

Claus Gramkow. *On Averaging Rotations*. Journal of Mathematical Imaging and Vision 15:7-16, 2001

Xiaoping Yun. *A Simplified Quaternion-Based Algorithm for Orientation Estimation From Earth Gravity and Magnetic Field Measurements*. IEEE Transactions on instrumentation and measurement, vol. 57, no. 3. 2008

Greg Welch. Gary Bishop. *An Introduction to the Kalman Filter*. Department of Computer Science. University of North Carolina at Chapel Hill. 2006

Robert Grover Brown. Patrick Y. C. Hwang. *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*. Harold W. Sorensen. 1985

Wie Li. Jinling Wang. *Effective Adaptive Kalman Filter for MEMS-IMU/Magnetometers Integrated Attitude and Heading Reference Systems*

Anexo I

Programa de control del Arduino

```
#include <Wire.h>
#include <SD.h>

int ADXL345_Address = 0xA7 >> 1;
int L3G4200D_Address = 105;
int HMC5883L_Address = 0x1E;

byte x0, x1, y0, y1, z0, z1;
int X_out, Y_out, Z_out;

long int X_acc, Y_acc, Z_acc;
long int yaw, pitch, roll;
long int X_mag, Y_mag, Z_mag;

unsigned long time;

const int chipSelect = 4;
File dataFile;

void setup() {
  wire.begin();
  Serial.begin(19200);

  setupADXL345();
  delay(100);

  setupL3G4200D();
  delay(100);

  setupHMC5883L();
  delay(100);

  //Si la tarjeta no está presente o falla, escribir
  mensaje en el puerto serie
  if(!SD.begin(chipSelect)) {
    Serial.println("Card failed, or not present, writing
in SERIAL");
  } else {
    //Abrir el archivo. Probar varios nombres para no
    sobrescribir uno existente
```

```

String fileName;
if(!SD.exists("data0.txt")) {
    dataFile = SD.open("data0.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data0.txt";
} else if(!SD.exists("data1.txt")) {
    dataFile = SD.open("data1.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data1.txt";
} else if(!SD.exists("data2.txt")) {
    dataFile = SD.open("data2.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data2.txt";
} else if(!SD.exists("data3.txt")) {
    dataFile = SD.open("data3.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data3.txt";
} else if(!SD.exists("data4.txt")) {
    dataFile = SD.open("data4.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data4.txt";
} else if(!SD.exists("data5.txt")) {
    dataFile = SD.open("data5.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data5.txt";
} else if(!SD.exists("data6.txt")) {
    dataFile = SD.open("data6.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data6.txt";
} else if(!SD.exists("data7.txt")) {
    dataFile = SD.open("data7.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data7.txt";
} else if(!SD.exists("data8.txt")) {
    dataFile = SD.open("data8.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data8.txt";
} else if(!SD.exists("data9.txt")) {
    dataFile = SD.open("data9.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data9.txt";
} else {
    dataFile = SD.open("data10.txt", FILE_WRITE);
    fileName = "data10.txt";
}
dataFile.println("File opened");
dataFile.flush();
Serial.println("card    initialized::fileName    "    +
fileName);
}
}

void loop() {
    time = millis();
    getAccValues();
    getGyroValues();
    getMagValues();

    //formato de escritura
    String dataString = String(X_acc) + " " + String(Y_acc)
+ " " + String(Z_acc) + " " + String(yaw) + " " +
String(pitch) + " " + String(roll) + " " + String(X_mag) +
" " + String(Y_mag) + " " + String(Z_mag) + " " +
String(time);

    //si existe el fichero, escribir en el fichero
    if(dataFile) {
        dataFile.println(dataString);
    }
}

```



```

    dataFile.flush();
}
//escribir en el puerto serie
Serial.println(dataString);
}

int setupADXL345() {
    writeRegister(ADXL345_Address, 0x31, 11);
    writeRegister(ADXL345_Address, 0x2D, 8);
}

int setupL3G4200D() {
    // Enable x, y, z and turn off power down:
    writeRegister(L3G4200D_Address, 0x20, 0b00001111);

    // If you'd like to adjust/use the HPF, you can edit the
    line below to configure CTRL_REG2:
    writeRegister(L3G4200D_Address, 0x21, 0b00000000);

    // Configure CTRL_REG3 to generate data ready interrupt
    on INT2
    // No interrupts used on INT1, if you'd like to
    configure INT1
    // or INT2 otherwise, consult the datasheet:
    writeRegister(L3G4200D_Address, 0x22, 0b00001000);

    // CTRL_REG4 controls the full-scale range, among other
    things: 2000 dps
    writeRegister(L3G4200D_Address, 0x23, 0b00110000);

    // CTRL_REG5 controls high-pass filtering of outputs,
    use it
    // if you'd like:
    writeRegister(L3G4200D_Address, 0x24, 0b00000000);
}

void setupHMC5883L(void) {
    writeRegister(HMC5883L_Address, 0x02, 0);
}

void getAccValues() {
    wire.beginTransmission(ADXL345_Address);
    wire.write(0x32);
    wire.endTransmission();

    wire.requestFrom(ADXL345_Address, 6);
    if(wire.available() >= 6) {
        X0 = wire.read();
        X1 = wire.read();
        Y0 = wire.read();
        Y1 = wire.read();
        Z0 = wire.read();
        Z1 = wire.read();
    }

    X_out = ((X1 << 8) | X0);
    Y_out = ((Y1 << 8) | Y0);
    Z_out = ((Z1 << 8) | Z0);
}

```

```

    X_acc = (double) X_out;
    Y_acc = (double) Y_out;
    Z_acc = (double) Z_out;
}

void getGyroValues() {
    Z1 = readRegister(L3G4200D_Address, 0x29);
    Z0 = readRegister(L3G4200D_Address, 0x28);

    Y1 = readRegister(L3G4200D_Address, 0x2B);
    Y0 = readRegister(L3G4200D_Address, 0x2A);

    X1 = readRegister(L3G4200D_Address, 0x2D);
    X0 = readRegister(L3G4200D_Address, 0x2C);

    X_out = ((X1 << 8) | X0);
    Y_out = ((Y1 << 8) | Y0);
    Z_out = ((Z1 << 8) | Z0);

    yaw = (double) X_out;
    pitch = (double) Y_out;
    roll = (double) Z_out;
}

void getMagValues() {
    wire.beginTransmission(HMC5883L_Address);
    wire.write(0x03); //select register 3, X MSB register
    wire.endTransmission();

    wire.requestFrom(HMC5883L_Address, 6);
    if(6 <= wire.available()) {
        X1 = wire.read(); //X msb
        X0 = wire.read(); //X lsb
        Z1 = wire.read(); //Z msb
        Z0 = wire.read(); //Z lsb
        Y1 = wire.read(); //Y msb
        Y0 = wire.read(); //Y lsb
    }

    X_out = ((X1 << 8) | X0);
    Y_out = ((Y1 << 8) | Y0);
    Z_out = ((Z1 << 8) | Z0);

    X_mag = (double) X_out;
    Y_mag = (double) Y_out;
    Z_mag = (double) Z_out;
}

void writeRegister(int deviceAddress, byte address, byte
val) {
    wire.beginTransmission(deviceAddress);    //    start
transmission to device
    wire.write(address);    // send register address
    wire.write(val);    // send value to write
    wire.endTransmission();    // end transmission
}

```

```
int readRegister(int deviceAddress, byte address) {  
    int v;  
    wire.beginTransaction(deviceAddress);  
    wire.write(address); // register to read  
    wire.endTransmission();  
    wire.requestFrom(deviceAddress, 1); // read a byte  
    while(!wire.available()) {  
        // waiting  
    }  
    v = wire.read();  
    return v;  
}
```


Anexo II

Programa para hallar la orientación en tiempo real

```
function getOrientation(com, time)
    %com: puerto de comunicación (COM1, COM2, ...)
    %time: tiempo en segundos
    s = serial(com);
    set(s, 'InputBufferSize', 128); %número de bytes en el buffer
    set(s, 'FlowControl', 'none');
    set(s, 'BaudRate', 19200);
    set(s, 'Parity', 'none');
    set(s, 'DataBits', 8);
    set(s, 'StopBit', 1);

    fopen(s);

    W = [];
    U = [];
    M = [];
    T = 0;
    disp('Calibrando, no mover el dispositivo...');
    while T < 5
        data = fscanf(s, '%f %f %f %f %f %f %f %f %f %f\n', [10 1]);
        if size(data) == [10 1]
            W = [W data(4:6)];
            U = [U data(1:3)];
            M = data(7:9);
            T = data(10) / 1000;
        end
    end
    %calibración automática de cero del giróscopo
    n = length(W);
    Woffset = [sum(W(1, 1:n)) / n sum(W(2, 1:n)) / n sum(W(3, 1:n)) /
n];

    %procesado de datos del acelerómetro
    U(1, :) = (U(1, :) + 71) / 311;
    U(2, :) = (U(2, :) - 22) / 302;
    U(3, :) = (U(3, :) - 1375) / 280;

    %calibración automática de ganancia del acelerómetro
    Un = 0;
    for i = 1:1:n
        Un = Un + norm(U(:, i));
    end
```

Anexo II: Programa para hallar la orientación en tiempo real

```
Un = Un / n;

%convertir lectura del acelerómetro de g a m/s2
U = U * 9.807 / Un;

%procesado de datos del magnetómetro
M(1) = (M(1) - 151) / 1100;
M(2) = (M(2) + 431) / 1100;
M(3) = (M(3) - 93) / 980;

%orientación a partir del acelerómetro y el magnetómetro
z = getOrientationFromAccAndMag(U(:, n), M);
%orientación inicial
X = z;

posIMU = [0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1];
figure;
plot3(NaN, NaN, NaN);
[yaw, pitch, roll] = quat2angle(z);
yaw = yaw * 180 / pi;
if yaw > 0
    view(190, 30);
else
    view(10, 30);
end
grid on;
xline = line('XData', [0 1], 'YData', [0 1], 'ZData', [0 1],
'color', 'red', 'LineWidth', 2);
yline = line('XData', [0 1], 'YData', [0 1], 'ZData', [0 1],
'color', 'green', 'LineWidth', 2);
zline = line('XData', [0 1], 'YData', [0 1], 'ZData', [0 1],
'color', 'blue', 'LineWidth', 2);
legend('x', 'y', 'z');
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z');
axis([-1 1 -1 1 -1 1]);

prevW = [0; 0; 0];

P = 0.5;
Q = 0.1;
R0 = 0.9;

while T < time
    data = fscanf(s, '%f %f %f %f %f %f %f %f %f %f\n', [10 1]);
    if size(data) == [10 1]
        W = data(4:6);
        U = data(1:3);
        M = data(7:9);
        dT = data(10) / 1000 - T;
        if dT > 0 && dT < 1000
            T = T + dT;

            %procesado del acelerómetro
            U(1) = (U(1) + 71) / 311;
            U(2) = (U(2) - 22) / 302;
            U(3) = (U(3) - 1375) / 280;
            U = U * 9.807 / Un;
```

```

        %procesado del gir6scopo
        W(1) = 2000 * (W(1) - Woffset(1)) / 32768;
        W(2) = 2000 * (W(2) - Woffset(2)) / 32768;
        W(3) = 2000 * (W(3) - Woffset(3)) / 32768;
        W = W * pi / 180;
        Wi = dT * (W + prevW) / 2;
        prevW = W;

        %procesado del magnet6metro
        M(1) = (M(1) - 151) / 1100;
        M(2) = (M(2) + 431) / 1100;
        M(3) = (M(3) - 93) / 980;

        %*****
        X_est = quatmultiply(X, angle2quat(Wi(1), Wi(2),
Wi(3)));

        d = abs(norm(U) - 9.807);
        if d > 1
            K = 0;
        else
            z = getOrientationFromAccAndMag(U, M);
            if X_est * z' < 0
                z = -z;
            end
            P = P + Q;
            K = P / (P + R0 + 1000 * d);
        end
        X = K * z + (1 - K) * X_est;
        X = X / norm(X);
        P = (1 - K) * P;

        posReal = quatmultiply(quatmultiply(X, posIMU),
        quatinv(X));

        datax = [0 posReal(1, 2)];
        datay = [0 posReal(1, 3)];
        dataz = [0 posReal(1, 4)];
        set(xline, 'XData', datax, 'YData', datay, 'ZData',
        dataz);

        datax = [0 posReal(2, 2)];
        datay = [0 posReal(2, 3)];
        dataz = [0 posReal(2, 4)];
        set(yline, 'XData', datax, 'YData', datay, 'ZData',
        dataz);

        datax = [0 posReal(3, 2)];
        datay = [0 posReal(3, 3)];
        dataz = [0 posReal(3, 4)];
        set(zline, 'XData', datax, 'YData', datay, 'ZData',
        dataz);

        drawnow;
    else
        disp('Time not OK');
        break;
    end
else
    disp('Reading not OK');
    break;
end
end

```

Anexo II: Programa para hallar la orientación en tiempo real

```
end

fclose(s);
end

function u = getOrientationFromAccAndMag(Ug, M)
    Ug = Ug / norm(Ug);
    M = M / norm(M);
    %nos quedamos con la parte del vector del campo magnético que es
    %perpendicular a la gravedad
    proyMu = ((Ug' * M) / (Ug' * Ug)) * Ug;
    M = M - proyMu;

    O1 = M / norm(M);
    O3 = Ug;
    O2 = cross(O3, O1);
    O2 = O2 / norm(O2);
    O = [O1 O2 O3]';
    u = getAnglesFromOrientation(O);
    u = angle2quat(u(1), u(2), u(3));
end

function u = getAnglesFromOrientation(O)
    if O(1, 1) == 0
        if O(2, 1) > 0
            x = pi / 2;
        elseif O(2, 1) < 0
            x = -pi / 2;
        else
            x = 0;
        end
    else
        x = atan(O(2, 1) / O(1, 1));
        if O(1, 1) < 0
            if O(2, 1) > 0
                x = x + pi;
            else
                x = x - pi;
            end
        end
    end
    y = asin(-O(3, 1));
    if O(3, 3) == 0
        if O(3, 1) == 1
            M2 = -O(1, 2);
            M3 = -O(1, 3);
        else
            M2 = O(1, 2);
            M3 = O(1, 3);
        end
        if O(3, 2) > 0
            z = pi / 2;
        elseif O(3, 2) < 0
            z = -pi / 2;
        elseif M3 == 0
            if M2 > 0
                z = pi / 2;
            else
                z = -pi / 2;
            end
        end
    end
end
```



```

        end
    else
        z = acos(M3);
    end
else
    z = atan(O(3, 2) / O(3, 3));
    if O(3, 3) < 0
        z = z + pi;
    end
end
end
% x: yaw    --> (-pi, pi]
% y: pitch --> [-pi/2, pi/2]
% z: roll  --> (-pi, pi]
u = [x; y ;z];
end

```


Anexo III

Programa para hallar la velocidad y la posición

```
function S = getTrayjectoryAndVelocity(file)
    fid = fopen(file, 'r');
    data = fscanf(fid, '%f %f %f %f %f %f %f %f %f %f\n', [10, inf]);
    W = data(4:6, :);
    U = data(1:3, :);
    M = data(7:9, :);
    T = data(10, :) / 1000;
    fclose(fid);
    % W: Matriz de datos del giroscopio. Es una matriz 3xN, siendo
    cada columna
    % los datos en un instante dado.
    % U: Matriz de datos del acelerómetro. Es una matriz 3xN,
    siendo cada
    % columna los datos en un instante dado.
    % M: Matriz de datos del magnetómetro. Es una matriz 3xN,
    siendo cada
    % columna los datos en un instante dado.
    % T: Instantes de muestreo.

    [W, U, M] = processData(W, U, M, T);

    n = length(T);

    I3 = eye(3);
    O3 = zeros(3);
    prevU1 = zeros(3, 1);

    S = zeros(6, 1);
    z = getOrientationFromAccAndMag(U(:, 1), M(:, 1));
    [yaw, pitch, roll] = quat2angle(z);
    Or(:, :, 1) = getOrientationMatrix(yaw, pitch, roll);
    X = z;

    P = 0.5;
    Q = 0.1;
    R0 = 0.9;

    for i = 2:1:n
        dT = T(i) - T(i - 1);
        Wi = dT * (W(:, i) + W(:, i - 1)) / 2;
        X_est = quatmultiply(X, angle2quat(Wi(1), Wi(2), Wi(3)));
        z = getOrientationFromAccAndMag(U(:, i), M(:, i));
```

Anexo III: Programa para hallar la velocidad y la posición

```

g = norm(U(:, i));
d = abs(g - 9.807);
if d > 1
    K = 0;
else
    if X_est * z' < 0
        z = -z;
    end
    P = P + Q;
    K = P / (P + R0 + 1000 * d);
end
X = K * z + (1 - K) * X_est;
X = X / norm(X);
P = (1 - K) * P;

[yaw, pitch, roll] = quat2angle(X);
O = getOrientationMatrix(yaw, pitch, roll);
Or(:, :, i) = O;

R = Or(:, :, i - 1)' * O;
Rot = [I3 O3; O3 R];

newU1 = O * (U(:, i) - O' * [0; 0; 9.807] - cross(W(:, i), O'
* S(4:6, i - 1)));
U1 = (prevU1 + newU1) / 2;
prevU1 = newU1;

A = [I3 dT * I3; O3 I3];
B = [(dT * dT / 2) * I3; dT * I3];
S(:, i) = A * (Rot * S(:, i - 1)) + B * U1;
end
figure;
a = axes;
plot(S(2, :), S(1, :), 'LineWidth', 2);
set(a, 'xdir', 'reverse');
grid on;
xlabel('y (metros)');
ylabel('x (metros)');
end

function [W, U, M] = processData(W, U, M, T)
    n = length(T);

    %acelerómetro *****
    U(1, :) = (U(1, :) + 71) / 311;
    U(2, :) = (U(2, :) - 22) / 302;
    U(3, :) = (U(3, :) - 1375) / 280;
    Un = 0;
    for i=1:1:n
        Un = ((i - 1) * Un + norm(U(:, i))) / i;
        if(T(i) > 5)
            n = i;
            break;
        end
    end
    %convertir lectura del acelerómetro de g a m/s2
    U = U * 9.807 / Un;

    %giróscopo *****

```

```

%zero and gain compensation
W(1, :) = 2000 * (W(1, :) - (sum(W(1, 1:n)) / n)) / 32768;
W(2, :) = 2000 * (W(2, :) - (sum(W(2, 1:n)) / n)) / 32768;
W(3, :) = 2000 * (W(3, :) - (sum(W(3, 1:n)) / n)) / 32768;
%convertir la lectura del gir6scopo de grados a radianes
W = W * pi / 180;

%magnet6metro
M(1, :) = (M(1, :) - 151) / 1100;
M(2, :) = (M(2, :) + 431) / 1100;
M(3, :) = (M(3, :) - 93) / 980;
end

function u = getOrientationFromAccAndMag(Ug, M)
    Ug = Ug / norm(Ug);
    M = M / norm(M);
    %nos quedamos con la parte del vector del campo magn6tico que es
    %perpendicular a la gravedad
    proyMu = ((Ug' * M) / (Ug' * Ug)) * Ug;
    M = M - proyMu;

    O1 = M / norm(M);
    O3 = Ug;
    O2 = cross(O3, O1);
    O2 = O2 / norm(O2);
    O = [O1 O2 O3]';
    u = getAnglesFromOrientation(O);
    u = angle2quat(u(1), u(2), u(3));
end

function u = getAnglesFromOrientation(O)
    if O(1, 1) == 0
        if O(2, 1) > 0
            x = pi / 2;
        elseif O(2, 1) < 0
            x = -pi / 2;
        else
            x = 0;
        end
    else
        x = atan(O(2, 1) / O(1, 1));
        if O(1, 1) < 0
            if O(2, 1) > 0
                x = x + pi;
            else
                x = x - pi;
            end
        end
    end
    y = asin(-O(3, 1));
    if O(3, 3) == 0
        if O(3, 1) == 1
            M2 = -O(1, 2);
            M3 = -O(1, 3);
        else
            M2 = O(1, 2);
            M3 = O(1, 3);
        end
        if O(3, 2) > 0

```

Anexo III: Programa para hallar la velocidad y la posición

```
        z = pi / 2;
    elseif O(3, 2) < 0
        z = -pi / 2;
    elseif M3 == 0
        if M2 > 0
            z = pi / 2;
        else
            z = -pi / 2;
        end
    else
        z = acos(M3);
    end
else
    z = atan(O(3, 2) / O(3, 3));
    if O(3, 3) < 0
        z = z + pi;
    end
end
% x: yaw    --> (-pi, pi]
% y: pitch  --> [-pi/2, pi/2]
% z: roll   --> (-pi, pi]
u = [x; y ;z];
end

function O = getOrientationMatrix(yaw, pitch, roll)
    Ryaw = [cos(yaw) -sin(yaw) 0; sin(yaw) cos(yaw) 0; 0 0 1];
    Rpitch = [cos(pitch) 0 sin(pitch); 0 1 0; -sin(pitch) 0
cos(pitch)];
    Rroll = [1 0 0; 0 cos(roll) -sin(roll); 0 sin(roll) cos(roll)];

    O = Ryaw * Rpitch * Rroll; %matriz de orientación
end
```